This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

+ *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.

+ *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.

+ *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.

+ *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at `http://books.google.com/`

Über dieses Buch

Dies ist ein digitales Exemplar eines Buches, das seit Generationen in den Regalen der Bibliotheken aufbewahrt wurde, bevor es von Google im Rahmen eines Projekts, mit dem die Bücher dieser Welt online verfügbar gemacht werden sollen, sorgfältig gescannt wurde.

Das Buch hat das Urheberrecht überdauert und kann nun öffentlich zugänglich gemacht werden. Ein öffentlich zugängliches Buch ist ein Buch, das niemals Urheberrechten unterlag oder bei dem die Schutzfrist des Urheberrechts abgelaufen ist. Ob ein Buch öffentlich zugänglich ist, kann von Land zu Land unterschiedlich sein. Öffentlich zugängliche Bücher sind unser Tor zur Vergangenheit und stellen ein geschichtliches, kulturelles und wissenschaftliches Vermögen dar, das häufig nur schwierig zu entdecken ist.

Gebrauchsspuren, Anmerkungen und andere Randbemerkungen, die im Originalband enthalten sind, finden sich auch in dieser Datei – eine Erinnerung an die lange Reise, die das Buch vom Verleger zu einer Bibliothek und weiter zu Ihnen hinter sich gebracht hat.

Nutzungsrichtlinien

Google ist stolz, mit Bibliotheken in partnerschaftlicher Zusammenarbeit öffentlich zugängliches Material zu digitalisieren und einer breiten Masse zugänglich zu machen. Öffentlich zugängliche Bücher gehören der Öffentlichkeit, und wir sind nur ihre Hüter. Nichtsdestotrotz ist diese Arbeit kostspielig. Um diese Ressource weiterhin zur Verfügung stellen zu können, haben wir Schritte unternommen, um den Missbrauch durch kommerzielle Parteien zu verhindern. Dazu gehören technische Einschränkungen für automatisierte Abfragen.

Wir bitten Sie um Einhaltung folgender Richtlinien:

+ *Nutzung der Dateien zu nichtkommerziellen Zwecken* Wir haben Google Buchsuche für Endanwender konzipiert und möchten, dass Sie diese Dateien nur für persönliche, nichtkommerzielle Zwecke verwenden.

+ *Keine automatisierten Abfragen* Senden Sie keine automatisierten Abfragen irgendwelcher Art an das Google-System. Wenn Sie Recherchen über maschinelle Übersetzung, optische Zeichenerkennung oder andere Bereiche durchführen, in denen der Zugang zu Text in großen Mengen nützlich ist, wenden Sie sich bitte an uns. Wir fördern die Nutzung des öffentlich zugänglichen Materials für diese Zwecke und können Ihnen unter Umständen helfen.

+ *Beibehaltung von Google-Markenelementen* Das "Wasserzeichen" von Google, das Sie in jeder Datei finden, ist wichtig zur Information über dieses Projekt und hilft den Anwendern weiteres Material über Google Buchsuche zu finden. Bitte entfernen Sie das Wasserzeichen nicht.

+ *Bewegen Sie sich innerhalb der Legalität* Unabhängig von Ihrem Verwendungszweck müssen Sie sich Ihrer Verantwortung bewusst sein, sicherzustellen, dass Ihre Nutzung legal ist. Gehen Sie nicht davon aus, dass ein Buch, das nach unserem Dafürhalten für Nutzer in den USA öffentlich zugänglich ist, auch für Nutzer in anderen Ländern öffentlich zugänglich ist. Ob ein Buch noch dem Urheberrecht unterliegt, ist von Land zu Land verschieden. Wir können keine Beratung leisten, ob eine bestimmte Nutzung eines bestimmten Buches gesetzlich zulässig ist. Gehen Sie nicht davon aus, dass das Erscheinen eines Buchs in Google Buchsuche bedeutet, dass es in jeder Form und überall auf der Welt verwendet werden kann. Eine Urheberrechtsverletzung kann schwerwiegende Folgen haben.

Über Google Buchsuche

Das Ziel von Google besteht darin, die weltweiten Informationen zu organisieren und allgemein nutzbar und zugänglich zu machen. Google Buchsuche hilft Lesern dabei, die Bücher dieser Welt zu entdecken, und unterstützt Autoren und Verleger dabei, neue Zielgruppen zu erreichen. Den gesamten Buchtext können Sie im Internet unter `http://books.google.com` durchsuchen.

r 6

Ueber die Grundlagen

der

exacten Naturforschung

von

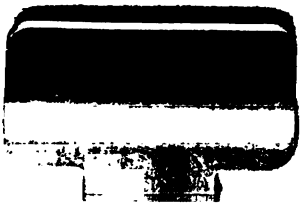
Dr. A. Fock,
Privatdozenten an der Universität Berlin.

BERLIN.
MAYER & MÜLLER.
1900.

VC 22494

LIBRARY
OF THE
UNIVERSITY OF CALIFORNIA.

Class



Ueber die Grundlagen

der

exacten Naturforschung

von

Dr. A. Fock,
Privatdozenten an der Universität Berlin.

LIBRARY OF THE UNIVERSITY OF CALIFORNIA

BERLIN.
MAYER & MÜLLER.
1900.

Q175
F6

GENERAL

Alle Rechte vorbehalten.

Vorwort.

Betrachtet man die neuere Entwickelung der exacten Naturwissenschaft, so findet sich, dass die Bestrebungen der Forscher vorwiegend und mit Recht auf die Gewinnung von Thatsachen gerichtet waren. Zwar fehlt es ja nicht an zusammenfassenden Werken, indessen die strenge logische Durcharbeitung der Resultate beschränkt sich im Wesentlichen auf die mathematische Form. Die Grundlagen sind aber schliesslich überall zu einem guten Theil philosophischer Natur; und in dem Maasse, als die Wissenschaft fortschreitet und ihre Ergebnisse einen nicht mehr zu beherrschenden Umfang annehmen, bedarf auch die erkenntnisstheoretische Aufklärung der befolgten Methoden sowie des ganzen Betriebes einer erhöhten Beachtung.

In Sonderheit dürfte der Gefahr, ergebnisslose und überflüssige Arbeit zu leisten, wohl am Besten dadurch begegnet werden, dass sich auch die Specialisten mit den allgemeinen Grundlagen der exacten Wissenschaftsbildung möglichst vertraut machen.

Vielleicht vermag die vorliegende Schrift in dieser Hinsicht einen Beitrag zu liefern und daneben auch weiteren Kreisen einen Einblick in das Wesen der strengen Forschung zu gewähren.

Charlottenburg, im August 1899.

Der Verfasser.

Inhaltsübersicht.

I. Einleitung. Seite

Ueber den Ursprung der Erkenntniss und die Scheidung der Wissenschaften in exacte und nicht exacte 1

II. Weg und Hilfsmittel der exacten Forschung.

1. Ueber die Begriffe: Grösse, Messen, Zahl, Zeit und Raum 6
2. Die Axiome der Arithmetik als Grundprincip des Messens 10
3. Unterscheidung zwischen subjectiven und objectiven Grössen 12
4. Ueber die Natur der Sinne 15
5. Der objective Messungsprocess 18
6. Ueber die Herstellung und Bedeutung eines allgemeinen Maasssystems 21
7. Der Begriff des Naturgesetzes 23
8. Ueber die Wahl der Urgrössenarten 26
9. Die objective Zurückführung der Grössen . . . 28
10. Ueber Hypothesen und Analogien 31
11. Die subjective Zurückführung der Grössen . . 35
12. Ueber das Causalitätsprincip 37

III. Die Zeit.

1. Ueber den Denkinhalt des Zeitbegriffs 43
2. Die Messung der Zeit 45
3. Historisch-kritische Bemerkungen 47

IV. Der Raum.

1. Ueber den Denkinhalt des Raumbegriffs . . . 50
2. Die Ausmessung des Raumes 52
3. Historisch-kritische Bemerkungen 54

V. Die Masse.

Seite

1. Ueber den Denkinhalt und die Messung des Massenbegriffs 58
2. Die Grundlagen der Atomtheorie 60
3. Ueber die Grösse der Atome und die Natur der Elemente 69
4. Der Aether 75

VI. Die Kraft.

1. Ueber die Ableitung des Kraftbegriffs 81
2. Die abgeleiteten Grössen: Geschwindigkeit, Bewegungsgrösse, Beschleunigung und Kraft . . 84
3. Nahekräfte 92
4. Fernkräfte 98
5. Der selbstständige Kraftbegriff 104

VII. Die Energie.

1. Die Ableitung des Energiebegriffs 110
2. Die verschiedenen Arten der Energieübergänge 112
3. Der selbstständige Energiebegriff 119

VIII. Allgemeine Schlussbemerkungen.

Ueber die Vereinheitlichung und das Wesen der exacten Forschung 124

LIBRARY OF THE UNIVERSITY OF CALIFORNIA

I. Kapitel.

Einleitung.

Wenn man nach den Quellen der Wissenschaft fragt, so kann man bekanntlich auf die verschiedensten, ja die widersprechendsten Antworten stossen. In einem Punkte dürften aber doch alle Forscher übereinstimmen, nämlich darin, dass an der Entwickelung unserer Erkenntniss das Denken des selbstbewussten menschlichen Geistes hervorragend betheiligt ist. Ebenso dürften auch alle ohne Ausnahme der Ansicht huldigen, dass das rein formale Denken für sich allein nicht hinreicht, um eine Erkenntniss zu Stande zu bringen. Dazu wird es vielmehr noch erforderlich, dass das Denken einen sogenannten Inhalt erhält; und als solchen Denkinhalt lässt man wohl allgemein unsere Begriffe gelten, welche theils von unseren Sinnen direct geliefert, theils durch die Denkthätigkeit selbst erst geschaffen werden.

Unsere Begriffe zerfallen demgemäss in zwei Klassen, nämlich in die anschaulichen Begriffe oder Vorstellungen und in die abstracten Begriffe oder Begriffe schlechthin. Indessen ist diese Unterscheidung wohl nicht überall scharf durchzuführen. Das Vermögen, mit anschaulichen Vorstellungen zu operiren, bezeichnet man als Verstand, das Vermögen der abstracten Vorstellungen oder Begriffe wird dagegen mit dem Namen Vernunft belegt; und der letzteren wird dann auch die Verarbeitung der sinnlichen Anschauungen zu Begriffen zugeschrieben. Es wird aber damit dem Denkinhalt lediglich eine leichter zu handhabende Form gegeben; neue Erkenntniss kann auf diesem Wege durchaus nicht erreicht werden, denn der gesammte Inhalt stammt schliesslich aus der Erfahrung. Dem-

gemäss finden wir auch, dass thatsächlich jeglicher wirkliche Fortschritt in der Erkenntniss bezw. in den Wissenschaften darauf zurückzuführen ist, dass man von den abstracten Vorstellungen, den Begriffen, zurückging auf die ihnen zu Grunde liegende anschauliche Welt.

Unter den Wissenschaften zeichnet sich nun eine kleine Gruppe dadurch aus, dass bei ihnen im Allgemeinen hinsichtlich der Resultate kein Zweifel, keine Meinungsverschiedenheit aufkommt. Man bezeichnet sie deshalb auch als die exacten Wissenschaften, und dahin gehören vor Allem die Mathematik, die in dieser Hinsicht als Muster gelten kann, und sodann in stetig wachsendem Antheil die Chemie und Physik mit Einschluss der Astronomie.

Es tritt damit die Frage auf: Woher rührt denn diese vermeintliche Sicherheit in den exacten Wissenschaften? Um hier zu einer Antwort zu gelangen, muss man natürlich nach dem Wege forschen, auf dem diese Disciplinen ihre Resultate erlangen, und ihn vergleichen mit den Wegen der übrigen Wissenschaften.

Die allgemeinen Gesetze und Regeln des Denkens — wie sie die Logik lehrt — sind nun unserem Geiste immanent; sie existirten bereits vor aller Logik und sind überdies auch in allen Wissenschaften dieselben; an ihnen kann es also nicht gut liegen. Aber für die Erkenntniss kommt ja auch nicht allein das Denken, das formale Operiren mit Begriffen in Betracht, sondern ebenso sehr auch der Denkinhalt, d. i. die Natur der anschaulichen Vorstellungen und der Begriffe; und diese sind denn auch thatsächlich in den exacten Wissenschaften von anderer Art und von anderer Herkunft, und in diesem Umstande haben wir den Grund für ihre Ausnahmestellung zu erblicken. Um es mit einem einzigen Worte zu bezeichnen — an Stelle der Begriffe treten in den exacten Wissenschaften die Grössen, und der Unterschied beider lässt sich wohl allgemein am besten dahin characterisiren, dass man sagt: die Grössen bilden eine besondere Art von

Begriffen, deren Aufstellung und Ableitung untrennbar mit dem Wesen des Messens und des Maasses verbunden ist und derart erfolgt, dass jeglicher Zweifel und jegliche Unbestimmtheit ausgeschlossen ist. Kurz, die Grössen stellen vermöge ihrer Herkunft völlig eindeutige Begriffe dar.

Einen „exacten Begriff", d. i. eine Grösse, begreifen, heisst demnach in erster Linie nichts anderes als ihn messen können. Was den gewöhnlichen Begriffen der Sprache die Etymologie, das ist den exacten Begriffen die Messkunde. Hier wie dort gilt der Grundsatz: um einen Begriff zu verstehen, muss man seine Entstehung, seine Herkunft klar vor Augen haben. Die Bedeutung der exacten Begriffe aber geht einzig allein aus der Messung hervor. Das Wort, der Name ist nur ein Zeichen, das ebenso gut und ohne Schaden durch ein anderes ersetzt werden kann, denn die Bedeutung ist ein für alle Mal durch den Messungsprocess eindeutig festgelegt.

Die exacten Begriffe und ihre Zeichen oder Namen stellen sich demgemäss dar als völlig losgelöst von allem Sprachgebrauch; und vielleicht gerade desshalb scheinen sie dem Anfänger häufig so schwer zugänglich; denn dieser ist vermöge der überwiegend philologischen Vorbildung gar zu sehr geneigt, sich hierbei aus dem Sprachschatz Hilfe zu holen. Aber die vollständigste Etymologie eines Wortes kann zur Klarstellung des damit verbundenen exacten Begriffs nicht das Mindeste beitragen; die Etymologie vermag hier einzig irrezuführen, indem sie Nebenbedeutungen wachruft, die dem Begriffe nicht zukommen; der Denkinhalt fliesst ja eben ganz und gar aus der Art der Messung. Desshalb ist auf dem Gebiete der exacten Wissenschaften vor Allem und wohl nicht allein von dem Anfänger die Mahnung zu beherzigen, sich nicht an die Bezeichnung eines Begriffs, sich nicht an das Wort zu klammern. Es war ein grosser Fehler früherer Zeiten, aus der Sprache wissenschaftliche Erkenntnisse der Natur schöpfen zu wollen, und diese Gewohnheit ist an manchen Stellen auch heute wohl nicht ganz überwunden.

Die Eindeutigkeit und Widerspruchsfreiheit der exacten Begriffe oder Grössen ist indessen schliesslich auch keine absolute; auch hier stellen sich Grenzen ein, und diese werden im Wesentlichen bedingt durch die Genauigkeit der Beobachtungen und der befolgten Messungsmethoden. Eine jede Beobachtung — mag sie auch noch so sorgfältig angestellt sein — ist ja immer noch mit einem geringen Fehler behaftet. Bei allen wissenschaftlichen Messungsarbeiten bedarf es dementsprechend auch stets einer Bestimmung der sogenannten Fehlergrenzen, und der wahrscheinliche bezw. mögliche Fehler ist einem jeden Resultat hinzuzufügen. Die Widerspruchsfreiheit der exacten Wissenschaften ergiebt sich also in letzter Instanz als eine Folge der ständigen Selbstkritik. Eben weil sie sich stets die Grenzen ihres Könnens vor Augen halten, vermeiden sie die Gefahr, in Widersprüche zu gerathen, und wo dennoch ein solcher Widerspruch scheinbar sich einstellt, da gilt eben das Resultat so lange nicht als exact und verbürgt, bis der Widerspruch durch eine Revision und Wiederholung der Messung sich aufgeklärt hat.

Die Genauigkeit der Messmethoden nimmt nun aber allgemein mit der Entwickelung der Wissenschaft und Technik zu, und zwar ohne dass in dieser Hinsicht jemals bestimmte unüberschreitbare Grenzen zu gewärtigen sind. Die Forschung kann sich also einem wirklich exacten und völlig widerspruchsfreien Stadium so zu sagen unbegrenzt nähern; und von diesem Standpunkt aus ist man wohl berechtigt, auch von völlig eindeutigen Begriffen oder Grössen sowie einer Widerspruchsfreiheit schlechthin in den exacten Wissenschaften zu sprechen.

Bevor ein Theil der Naturwissenschaft in ein exactes, einzig auf Messung basirtes Stadium eintritt, ist nun aber bereits eine ungeheure Forscherarbeit zu bewältigen. Auch in der heutigen Physik und Chemie giebt es noch manche Abschnitte, die nicht bis dahin fortgeschritten sind. Im Allgemeinen kann man wohl sagen, dass dieses exacte Stadium so weit erreicht ist, als in ihnen Mathematik zu

finden ist, d. i. soweit sich die Resultate in der Form von Gleichungen wiedergeben lassen, die einzig messbare Grössen enthalten. Auf den Gebieten aber, auf denen die nöthige Auffindung und Aussonderung messbarer Grössen noch nicht genügend fortgeschritten ist, müssen sich die Physik und Chemie auch mit nicht messbaren Begriffen, d. i. gewöhnlichen Begriffen behelfen. In derartigen Zweigen der Wissenschaft herrscht aber im Allgemeinen auch keine vollständige Uebereinstimmung der Resultate, und eine solche steht hier wegen der mangelnden Eindeutigkeit der Begriffe auch nicht zu erwarten.

Der Denkinhalt der gewöhnlichen Begriffe ist eben — mag man auf die Definitionen auch noch so viel Umsicht und Fleiss verwenden — doch mancherlei uncontrolirbaren Einflüssen zugänglich und dementsprechend sind bei ihrem Gebrauch, zumal auf neuen Gebieten der Forschung, weit grössere Meinungsverschiedenheiten möglich. Ueberdies fehlt es an einer allgemein anerkannten Methode, die möglichen Schwankungen in der Bedeutung eines Begriffes näher festzulegen — ein Analogon der sogenannten Fehlerrechnung ist eben nicht vorhanden.

Das sind Erwägungen, die wohl ganz besonders dort am Platze sind, wo es sich um erkenntnisstheoretische Erörterungen über die Grundlagen der Naturforschung handelt. Auch hier hat man es vielfach mit mehr oder minder philosophischen Abstractionen zu thun, und soweit sich derartige Begriffe nicht vermeiden lassen, muss demgemäss auch zwischen dem, was ein Autor schreibt oder zu schreiben glaubt, und dem, was ein Leser herausliest, nothwendig eine relativ grössere Differenz bestehen. Handeln kann es sich dann immer nur darum, diese Differenz möglichst gering zu gestalten. Das aber dürfte am besten zu erreichen sein, indem man nach Möglichkeit stets zurückgreift oder zurückweist auf die jenen philosophischen Begriffen zu Grunde liegenden oder zu legenden exacten Grössen, deren Denkinhalt durch einen objectiven Messungsprocess eindeutig festgelegt ist.

II. Kapitel.

Weg und Hilfsmittel der Forschung.

1. Nach den Ausführungen der Einleitung wird in der strengen exacten Naturforschung anstatt mit gewöhnlichen Begriffen mit Grössen operirt. Es dürfte hiernach angebracht sein, zunächst den Denkinhalt der Grössen schlechthin seinem Ursprunge nach noch etwas näher zu verfolgen. Nun, das was man unter einer Grösse zu verstehen hat, wird uns im Allgemeinen schon bei jedem Sinneseindruck durch die Stärke der damit verknüpften Empfindung gegeben. Der Denkinhalt des Grössenbegriffs umfasst also das allen Sinnesempfindungen ohne Ausnahme zukommende gemeinsame Band. Durch jeden Sinneseindruck wird uns aber auch zugleich der Begriff des Messens gegeben, denn das, was ich thue, indem ich mir die Stärke oder Intensität einer Empfindung zum Bewusstsein bringe, ist schliesslich nichts anderes als ein Messen, ich vergleiche die aufeinander folgenden Empfindungszustände.

Die Begriffe der Grösse und des Messens sind also unauflöslich verknüpft; sie bedingen sich gegenseitig. Alles was messbar ist, ist eine Grösse, und beide können demgemäss — und müssen es auch — als vor allem Denken gegeben, hingestellt werden. Denn das Denken beginnt frühestens mit der Erfahrung; durch die erste Erfahrung, die ersten Sinneseindrücke wird uns aber die Bedeutung jener Begriffe gegeben, wenn auch ihre Entwickelung zu klarem Bewusstsein natürlich erst allmählich erfolgen kann.

Von unseren Sinnen wird uns nun eine ganze Anzahl der verschiedensten Empfindungen geliefert, und da jeder

derselben der Charakter einer Grösse innewohnt, so können wir sie auch als Grössenarten bezeichnen. Der Mehrzahl nach stellen sie sogenannte einfache, lineare oder intensive Grössen dar, d. h. sie lassen sich zunächst nicht weiter zerlegen und analysiren. Geht man aber von den reinen, einheitlichen sinnlichen Empfindungen zu der gleichfalls unmittelbar gegebenen Vorstellungswelt über, so gelangt man zu den ausgedehnten oder extensiven Grössen, welche man neuerdings vielfach als sogenannte Mannigfaltigkeiten bezeichnet. Sie sind im Allgemeinen zusammengesetzter Natur oder lassen sich doch auf mehrere einfache Grössenarten zurückführen.

Zu den einfachen Grössen oder Mannigfaltigkeiten gehört die Zeit; ihr Denkinhalt wird uns — ebenso wie der Begriff der Grösse — schon durch jeden Sinneseindruck geliefert, und zwar insofern, als die Veränderung oder Messung einer Empfindung nach der Organisation unseres Geistes stets in der Zeit erfolgt, d. h. stets mehr oder minder Zeit beansprucht.

Die Begriffe Zeit und Grösse sind also mit jedem Sinneseindruck unauflöslich verknüpft, oder mit anderen Worten: aus jeder Empfindung können wir nach der Natur unseres Erkenntnissvermögens, d. i. auf Grund der immanenten Denkgewohnheiten, die Begriffe Grösse und Zeit ableiten.

Unsere Sinnesempfindungen können nun ferner sowohl continuirlich als auch discontinuirlich sein, und dadurch wird unserem Geiste zunächst die Unterscheidung zwischen continuirlichen und discontinuirlichen Grössen gegeben. Daneben aber wird uns durch die discontinuirlichen Empfindungen, sei es derselben, sei es verschiedener Art, auch noch der Begriff der Zahl geliefert, und zwar zuvörderst wohl der Begriff der Ordnungszahl. Wir sind nämlich im Stande, die Reihenfolge, in der die Empfindungsacte aufgetreten sind, in unserem Geiste, in unserem Gedächtnisse aufzubewahren; und diese in unserem Bewusstsein für eine solche Reihe von Empfindungen auf-

bewahrten Zeichen bezw. Merkmale dürfen wir als den Urtypus der Ordnungszahlen hinstellen [1]). Sie repräsentiren zunächst ganz willkürliche Merkmale, welche aber dadurch ausgezeichnet sind, dass für sie eine ganz bestimmte, sozusagen gesetzmässige Aufeinanderfolge feststeht, welche allgemein als die natürliche bezeichnet wird. Kurz, jene Merkmale stellen die Anfänge der natürlichen Zahlenreihe dar; und wenn ich jene Merkmale in der natürlichen Reihenfolge in meinem Geiste vorüberziehen lasse, so ist das nichts anderes als das, was ich für gewöhnlich mit dem Worte „Zählen" bezeichne.

Jedes Merkmal, jedes Zeichen oder jede Zahl ist nur durch die Stellung in der gesetzmässigen Reihe bestimmt; das Zeichen bezw. der Name für die Zahl ist dagegen ganz willkürlich; und thatsächlich sind ja auch diese in den verschiedenen Sprachen verschieden.

---

[1]) Die Beziehungen des Zahlbegriffs zum Quantitätsbegriff stellen wohl das fundamentalste Problem der Mathematik dar, und die Ansichten der Forscher gehen in dieser Hinsicht noch recht auseinander. Im Allgemeinen lassen sich wohl drei verschiedene Hauptansichten unterscheiden.

Nach der ersten, welche besonders von den Empirikern vertreten wird, leitet sich die Zahl empirisch aus dem Quantitätsbegriff her, und der letztere wird als ein Datum der Erfahrung hingestellt.

Nach der zweiten Ansicht ist die Zahl ein a priori-Begriff, und der Quantitätsbegriff wird erhalten durch Anwendung des a priori-Begriffes auf die Erfahrung.

Nach der dritten Ansicht sind Zahl und Quantität ganz verschiedenartige Begriffe, und die Anwendung des Zahlbegriffs auf den Quantitätsbegriff ist mehr als eine Sache des Uebereinkommens und der Verständigung aufzufassen.

In der nachfolgenden Darstellung halte ich mich ganz an die von Helmholtz und Kronecker vertretene Auffassung, nach der die Zahlen zunächst blosse Zeichen darstellen und der Begriff der Anzahl aus den Ordnungszahlen hergeleitet wird (s. v. Helmholtz, „Ueber Zählen und Messen", und Kronecker, „Ueber den Zahlbegriff", in den „Philosophischen Aufsätzen, E. Zeller zu seinem 50jährigen Doctor-Jubiläum gewidmet". Berlin, 1889).

Das Zeichen 1 oder I, den Namen „Eins“ legen wir demjenigen Gliede der Zahlenreihe bei, mit dem wir beginnen.

Das Zeichen 2 oder II, den Namen „Zwei“ geben wir dem folgenden Gliede u. s. f. So gelangen wir zu der gesetzmässigen Zahlenreihe, welche der Mathematiker als die der positiven ganzen Zahlen bezeichnet. Ein Grund, diese Reihe irgendwo abzubrechen oder zu einem früher gebrauchten Zeichen zurückzukehren, ist nicht vorhanden; und mit Hülfe des üblichen dekadischen Zeichensystems lässt sich ja auch thatsächlich die Reihe unbegrenzt fortsetzen, ohne dass sich je ein Zeichen wiederholt.

Das Zählen oder mit anderen Worten das bewusste Fortschreiten in dieser natürlichen Zeichenreihe ist nun ebenso wie jede Sinnesempfindung unauflöslich mit dem Begriff der Zeit verknüpft — es erfordert unabweislich Zeit. Um zu einem folgenden Gliede der Zahlenreihe zu gelangen, wird stets eine grössere Zeit gebraucht, als um zu dem vorhergehenden zu kommen. Wir nennen desshalb kurz jede folgende Zahl bezw. jedes folgende Zahlzeichen grösser als das voranstehende, und umgekehrt jede vorangehende Zahl kleiner als die folgende.

Von dem so characterisirten Begriff der Ordnungszahl unterscheidet sich aber wesentlich der Begriff der Anzahl. Zu dem letzteren gelangt man dadurch, dass sich mehrere Empfindungen gleichzeitig geltend machen können. Sind nämlich verschiedentliche Empfindungen andauernd, so kann ich jede derselben mit einem Zeichen der natürlichen Zahlenreihe verbinden, und wenn ich dann z. B. die vollständige Zahlenreihe von 1—6 gebrauche, um jeder gesonderten Empfindung eine bestimmte Zahl zuzuordnen, so nenne ich 6 die Anzahl der Empfindungen.

Wie aber jede einzelne Empfindung unauflöslich mit dem Begriff der Zeit verbunden ist, so ist das gleichzeitige Auftreten verschiedener Sinnesempfindungen mit dem Begriffe des Raumes unaufhörlich verknüpft. Der Begriff der Anzahl steht sonach in dem gleichen Verhältniss zu

dem Begriff des Raumes, wie der Begriff der Ordnungszahl zu dem der Zeit. Alle gleichzeitigen Sinnesempfindungen unterscheide ich nach der Natur unseres Erkenntnissvermögens auch noch räumlich; und demgemäss ist man auch im Stande, zeitlich nicht übereinstimmende Empfindungen mit einer Raumvorstellung in Verbindung zu bringen. Schliesslich machen sich aber stets mehrere Sinnesempfindungen gleichzeitig bemerkbar, und dementsprechend muss natürlich auch nothwendig jede Sinnesempfindung sowohl mit dem Zeit- als mit dem Raum-begriff unauflöslich verknüpft sein. Beide, Raum und Zeit characterisiren sich sonach als Combinationsformen unserer Sinneseindrücke, und zwar als die beiden einzigen, welche nach der Organisation unseres Geistes möglich sind. Beide tragen überdies ebenso wie jede Sinnesempfindung den Character einer Grösse an sich.

Eng verknüpft mit diesen beiden Grössenarten des Raumes und der Zeit ist dann — wie wir gesehen haben — der Begriff der Zahl. Die Zahl lässt sich auch wohl als eine dritte Grössenart jenen beiden zur Seite stellen. Noch besser aber dürfte sich die Zahl characterisiren lassen als das Maass einer Grösse schlechthin, bezw. als der allen Grössenarten gemeinsame logische Maassstab. Die Entwickelung des Zahlbegriffes wird damit zur Vorbedingung für jegliches exacte Messen und Forschen, und eine exacte Naturforschung ist denn auch ohne den Zahlbegriff thatsächlich nicht gut denkbar.

2. Die Wissenschaft von den Zahlen ist bekanntlich die Arithmetik; sie untersucht, welche verschiedenen Verbindungsweisen der Zahlen zu demselben Resultat führen. Insofern nun schliesslich jegliches Messen in letzter Instanz auf ein Zählen hinausläuft, stellt also die Arithmetik zugleich auch die Grundprincipien des Messens fest, und das ist der Grund, wesshalb ich hier auf das scheinbar fremde Thema eingehe.

In der Arithmetik finden sich nun einige Sätze, welche man früher wohl allgemein als unbeweisbar hinstellte und desshalb als Axiome bezeichnete.

Es sind dies folgende:

I. Wenn zwei Grössen einer dritten gleich sind, sind sie untereinander gleich.
II. $(a + b) + c = a + (b + c)$ (Associationsgesetz.)
III. $a + b = b + a$ (Commutationsgesetz.)
IV. Gleiches zu Gleichem addirt giebt Gleiches.
V. Gleiches zu Ungleichem addirt giebt Ungleiches.

Der Standpunkt, nach dem diese Axiome als a priori gegeben und sonach als unbeweisbar anzusehen sind, entspricht bekanntlich den Ansichten Kant's. Nach ihm bestimmen diese Sätze die transcendentale Anschauung von der Zeit in derselben Weise, wie die Axiome der Geometrie diejenige des Raumes bestimmen.

Dem gegenüber steht aber die empiristische Theorie, welche jene Sätze auf die Erfahrung zurückführt, und die besonders schon früher von einigen englischen Philosophen vertreten wurde.

Indessen die exacte Naturforschung zeigt wenig Neigung, die Arbeiten der sogenannten Fachphilosophen zu beachten, und es hat als das Verdienst von v. Helmholtz zu gelten, in dieser Hinsicht definitive Klarheit geschaffen zu haben. v. Helmholtz [1]) leitet nämlich die obigen Axiome der Arithmetik mit Hülfe des Begriffs der Addition, d. i. des Zählen selbst her und zeigt dann, dass sie bewiesen werden können, soweit es sich um die Reihe der ganzen Zahlen in der reinen Zahlenlehre handelt. Hier liegen aber die Verhältnisse auch sehr einfach, denn das Gleichheitszeichen in der reinen Zahlenlehre ist schliesslich nichts anderes als ein Identitätszeichen; $a = b$ kann hier nichts anderes heissen als a ist dieselbe Zahl wie b — und dann folgt natürlich das Axiom: Sind zwei Grössen einer dritten gleich, so sind sie untereinander gleich, ja ohne Weiteres von selbst; und ähnlich liegen die Verhältnisse hinsichtlich der übrigen Sätze.

---

[1]) v. Helmholtz, l. c., Ueber Zählen und Messen.

Anders wird dagegen die Sachlage, wenn es sich nicht mehr um ein Operiren mit reinen Zahlen, sondern um ein Operiren mit physischen Grössen handelt. Alsdann hat man es mit dem Begriff der physischen Gleichheit zu thun, und über den kann natürlich nur an der Hand der Erfahrung entschieden werden. Auf das Gebiet der physischen Grössen angewendet, muss demnach den obigen Axiomen auch eine andere Bedeutung zukommen. Hier sind sie einfach Ergebnisse der Erfahrung oder, mit anderen Worten ausgedrückt, sie geben eine Definition des Begriffes der physischen Gleichheit. „Zwei physische Grössen werden dann für gleich erachtet, wenn durch ihre Vertauschung sowie durch verschiedentliche Association und Commutation das Resultat des Messens nicht geändert wird."

3. Zur völligen Klarstellung des hier zu Grunde liegenden Unterschiedes bedarf indessen zunächst der Gegensatz zwischen Subject und Object, Subjectivem und Objectivem einer näheren Erörterung. Was nun diesen Gegensatz anbetrifft, so gelangt er dem Menschen wohl zum Bewusstsein, wenn er zum ersten Mal „Ich" sagt, wenn er unterscheiden lernt zwischen dem „Ich" und dem „Nicht-ich". Ja, man kann wohl sagen: das Bewusstsein beginnt überhaupt erst mit dieser Unterscheidung, und in dem Maasse als sie schärfer wird, wächst und entwickelt sich das Selbstbewusstsein.

Ueber das Bewusstsein kann aber natürlich das Denken nicht hinausgehen, und dementsprechend sind wir auch sowohl berechtigt als gezwungen, die Unterscheidung zwischen Subject und Object in letzter Instanz ebenso wie die Begriffe der Grösse und des Messens als schlechthin gegeben oder als aus der noch unbewussten Erfahrung stammend anzusehen.

Diesen Verhältnissen gemäss ist sich ja auch Jedermann im Allgemeinen darüber klar, was er unter einem Object oder Ding im Gegensatz zu einer Erscheinung, etwas Subjectivem zu verstehen hat. Alles, was unabhängig von unserem Denkvermögen existirt — und eventuell

unsere Sinne afficirt — bezeichnen wir als ein Object, als ein Ding, und die Gesammtheit aller Dinge bildet das physische Weltall, dessen Erforschung den Gegenstand der Naturwissenschaft bildet.

Ueber die Dinge und ihre Veränderungen können wir demgemäss einzig und allein durch die Thätigkeit unsrer Sinne, d. i. durch die Beobachtungen und Messungen unterrichtet werden, und nach der Natur unseres Erkenntnissvermögens — speciell nach dem sogenannten Causalitätsprincip — schliessen wir erst aus einem empfangenen Sinnesausdruck oder einer Erscheinung auf ein Ding respective auf eine Veränderung der Dinge.

Die Aussenwelt ist also der Erkenntniss nicht direct zugänglich. In der strengen Wissenschaft kann es sich demnach zunächst nicht um die Dinge selbst und ihre Veränderungen, sondern immer nur um unsere Bewusstseinszustände und Vorstellungen handeln. Alles was wir unmittelbar von den Dingen, ihrer Existenz wie ihren Veränderungen wissen, besteht in einer durch die Sinne vermittelten dauernden Beeinflussung unserer Bewusstseinszustände. Wenn demnach von den Dingen und ihren Wandlungen schlechthin die Rede ist, so haben wir es direct doch immer nur mit demjenigen Antheil unserer Vorstellungs- und Bewusstseinswelt zu thun, von dem wir annehmen, dass er allein von den ausser uns befindlichen Dingen herrührt und bestimmt wird.

Diesem Standpunkt entsprechend kann die strenge exacte Forschung in ihren Resultaten auch weniger eine Erkenntniss der Dinge selbst erblicken, als vielmehr eine eigenartige sozusagen bildliche oder symbolische Beschreibung derselben und ihrer Veränderungen.

Die Unterscheidung zwischen Subjectivem und Objectivem erweist sich also hiernach als durchaus fundamentaler Natur; sie ist unserm Geiste so tief eingewurzelt, dass sie alle anderen Unterscheidungen überragt und überall anzuwenden ist. Ohne diese Unterscheidung ist ein Bewusstsein eben nicht möglich. Allgemein zerfällt also hiernach der Denkinhalt der Begriffe sowohl wie auch der Grössen

in zwei Theile, einen objectiven, welcher den ausser uns befindlichen Dingen zugeschrieben, und einen subjectiven Theil, welcher durch die Natur unserer Sinne und unseres Geistes bedingt wird. Zwischen den Grössen und den Begriffen bleibt aber der Unterschied bestehen, dass bei den ersteren der objective Denkinhalt durch den Messungsprocess, der selbst einen objectiven Vorgang darstellt und dementsprechend von subjectiver Beeinflussung frei ist, eindeutig festgelegt und umgrenzt wird, während bei den Begriffen schlechthin dieses Bestimmungselement mehr oder minder fehlt.

Der allein von dem Messungsprocess herrührende eindeutig bestimmte objective Bestandtheil des Denkinhalts einer Grösse stellt aber zumeist etwas rein Abstractes, so zu sagen eine zwar feststehende aber leere Umgrenzung dar; und insofern ich nun diese Umgrenzung anschaulich ausfüllen oder den Inhalt zu klarem Bewusstsein bringen will, hat man es nicht mehr mit etwas Feststehendem, sondern vielmehr mit Etwas zu thun, das im Werden, in der Umbildung und Vervollkommnung begriffen ist. Nur das Fundament oder die Umgrenzung bleibt hierbei unveränderlich constant.

So haben z. B. unsere anschaulichen Vorstellungen über das Wesen der Grössenarten Licht und Wärme im Laufe der Zeiten grosse Wandlungen erlitten, während doch die specifischen Methoden der Messung principiell dieselben geblieben sind, und dementsprechend der objective Denkinhalt für die strenge exacte Forschung als constant zu gelten hatte.

Die Scheidung zwischen dem, was von unseren Sinnen und unserem Geiste herrührt, und dem, was allein der Aussenwelt entspricht, kann natürlich erst mühsam erarbeitet werden, und zwar in Sonderheit durch Auffindung neuer Messungsmethoden und der dadurch bedingten Klarstellung der Beziehungen zu anderen Grössenarten. Im Uebrigen dürfte aber nicht jeder Grösse eine anschauliche Vorstellung als objectiver Denkinhalt zukommen; wie es abstracte Begriffe giebt, so wird man auch mit abstracten Grössen

zu rechnen haben, und vielleicht werden die letzteren bei Weitem die Mehrzahl bilden müssen.

Bevor aber diese Aussonderung des objectiven Theils in dem Denkinhalt einer Grösse definitiv erfolgt — und sie dürfte immer nur mehr oder minder angenähert möglich sein — ist der anschauliche Denkinhalt einer Grösse schlechthin im Wesentlichen als subjectiver Natur zu betrachten. Und dieser gesammte Denkinhalt aller objectiv messbaren Grössenarten wird ausschliesslich durch die Sinne übermittelt, und dementsprechend muss natürlich, ebenso wie für die Erkenntniss der Dinge schlechthin, auch für die nähere Characterisirung der verschiedenen Grössenarten sowie die Herausschälung des objectiven Denkinhalts die Natur unserer Sinne von hervorragendster Bedeutung sein. Die exacte Naturforschung sieht sich also gezwungen, auch nach dieser Richtung hin genaue und kritische Umschau zu halten, damit „die Thore der menschlichen Erkenntniss“ keine Elemente herein lassen oder in uns entstehen lassen, die unzuverlässig sind und auf Täuschungen basiren. Die Unterscheidung zwischen dem, was objectiven Ursprungs ist und den objectiven Denkinhalt der Grössen ausmacht, und dem, was subjectiver Natur ist und von unseren Sinnen und unserem Geiste herrührt, muss eben überall möglichst strenge durchgeführt werden.

4. Nach dem Sprachgebrauch wird die Anzahl der menschlichen Sinne auf fünf beziffert; es sind dies Gesicht, Gehör, Geruch, Geschmack, Gefühl. Auf die specielle Natur der vier ersteren möchte ich hier nicht eingehen. Was den letzteren Sinn anbetrifft, so wird als Organ desselben zumeist die Hand betrachtet; indessen ist dieser Sinn ja schliesslich über die ganze Oberfläche unseres Körpers verbreitet, und demnach kann von einem specifischen Organ wie bei den obigen Sinnen hier streng genommen nicht die Rede sein.

Die Empfindungen, welche uns auf diesem Wege übermittelt werden, sind aber schliesslich auch nicht einheitlicher

Natur. Wie zuerst Lord Kelvin[1]) hervorgehoben hat, müssen wir zunächst zwei verschiedene Classen von Empfindungen unterscheiden, welche sich am Besten wohl kurz als Wärmeempfindungen und als Kraftempfindungen characterisiren lassen. Beide Arten werden zwar stets gleichzeitig wahrgenommen, aber sie lassen sich nicht direct auf einander zurückführen, und dementsprechend haben wir an Stelle des einen Gefühl- oder Tastsinns correcter Weise zwei Sinne zu unterscheiden, nämlich den Temperatursinn und den Kraftsinn.

In neuester Zeit ist es dann sogar noch wahrscheinlich gemacht worden, dass der Temperatursinn eigentlich zerfällt in einen Wärmesinn und einen Kältesinn. Es[2]) hat sich nämlich gezeigt, dass diejenigen Nerven, welche die Empfindung der Kälte vermitteln, verschieden sind von denen, welche die Empfindung der Wärme veranlassen.

Die moderne Psychologie, welche sich eingehender mit der Natur der Sinnesempfindungen befasst, dürfte schliesslich noch eine ganze Reihe weiterer specifischer Sinnesnerven unterscheiden lehren, so dass sich also zur Zeit über die Anzahl der Sinne kaum etwas Bestimmtes aussagen lässt.

Für alle Sinnesempfindungen ohne Ausnahme scheint aber ein allgemeines Gesetz zu gelten, das bereits von Joh. Müller herrührt, und das hinsichtlich seiner Bedeutung von v. Helmholtz sogar dem Gravitationsgesetz zur Seite gestellt wurde, in neuester Zeit freilich auch mehrfach Anfechtungen erlitt. Es ist dies das Gesetz der specifischen Sinnesempfindungen oder Sinnesenergieen, nach dem jedes Organ, jeder Nerv auf einen beliebigen Reiz stets mit derselben ihm eigenen Sinnesempfindung reagirt. So ruft jeder Reiz der Sehnerven — ein Schlag auf's Auge

---

[1]) W. Thomson, Populäre Vorträge u. Reden. Bd. I p. 197. Berlin 1891.

[2]) Diese besonders von Blix und Goldscheider entwickelten Ansichten sind indessen auch nicht unwidersprochen geblieben; s. z. B. Dessoir, Ueber den Hautsinn. Archiv für Anatomie und Physiologie 1892. p. 175.

ebenso wie der Eintritt von Lichtstrahlen — den Eindruck des Lichtes hervor. Jede Reizung des Gehörnervs ist dagegen mit der Wahrnehmung eines Geräusches verbunden, und ebenso liegen die Verhältnisse hinsichtlich der übrigen Sinne.

An der Hand dieses Gesetzes wird es nun leicht verständlich, dass unsere Sinne uns täuschen können — die verschiedenste Veranlassung kann ja hiernach dieselbe Empfindung hervorrufen — und in der Physiologie giebt es bekanntlich ein ganzes Kapitel, das von derartigen Sinnestäuschungen handelt, wenn sie zumeist auch den Gesichtssinn betreffen.

Allgemein geht aber hieraus die Lehre hervor, dass eine einzelne Messung oder Beobachtung der Zuverlässigkeit ermangelt. Damit sie als richtig gelten kann, muss gefordert werden, dass sie wiederholt und womöglich von verschiedenen Personen angestellt, also durch die Erfahrung bestätigt wird.

Erst die in solcher Weise erhärteten Sinneseindrücke oder Erfahrungsthatsachen, wie wir gewöhnlich sagen, können als geeignetes Material für die exacte Forschung und die Herausschälung des objectiven Denkinhalts der Grössen in Betracht kommen, und erst auf dieser Grundlage sind wir eventuell berechtigt, auf ein Ding respective auf eine Veränderung der Dinge zu schliessen, und zwar auf Grundlage des Causalitätsprincips.

Zieht man nun in Betracht, dass unsere Sinne eng begrenzt und unvollkommen sind, und erwägt man des Weiteren, dass, abgesehen von dem am meisten täuschenden Gesichtssinn, unsere Erfahrungen sich nur auf einen minimalen Theil des Weltalls, nämlich auf eine kleine Sphäre an der Erdoberfläche beschränken, so leuchtet es wohl ein, dass unsere Kenntniss von den Dingen schon aus diesem Grunde nur eine höchst mangelhafte sein kann.

Um so mehr aber müsste sich diese Auffassung Bahn brechen, falls sich das Causalitätsprincip selbst als trügerisch oder ungenügend erweisen sollte. Denn das Causalitäts-

princip ist die einzige Brücke, welche unsere Vorstellungs- und Bewusstseinswelt mit der Aussenwelt der physischen Dinge verbindet.

5. Behufs Erforschung des physischen Weltalls werden an den Dingen und Vorgängen, von welchen wir durch unsere Sinne Kenntniss erhalten, zunächst so viele Grössenarten oder messbare Eigenschaften unterschieden, als uns die Sinne direct liefern; und durch die Anzahl derselben und ihre Stärke (ihre Grösse schlechthin) wird ein Ding characterisirt. Wir sagen im Allgemeinen: wir kennen ein Ding, ein Object, wenn seine sämmtlichen von unseren Sinnen gelieferten Eigenschaften und deren Stärke (Grösse) als gegeben vorliegen.

Um ein Ding zu erforschen, d. h. es vollständig kennen zu lernen, wird es demnach erforderlich, seine sämmtlichen Eigenschaften der Stärke (Grösse) nach zu bestimmen. Und diese Bestimmung der Stärke einer Eigenschaft bezeichnen wir eben als das Messen einer Grössenart. Dasselbe ist in letzter Instanz im Wesentlichen identisch mit dem Zählen, und in der Arithmetik als solcher sind beide Operationen ja auch wirklich identisch; denn ob das, was ich zähle, physisch gleich oder ungleich ist, kommt dort nicht in Betracht. Anders dagegen in der Physik; hier handelt es sich um ein Zählen gleicher physischer Grössen oder gleicher Objecte, und hier wird demgemäss erst aus dem Zählen ein Messen. Es tritt damit aber, wie bereits früher erwähnt, ein neuer Begriff, nämlich der der Gleichheit physischer Grössen hinzu, und dieser neue Begriff muss eine eindeutige Fassung haben, wenn er in der exacten Forschung das Bürgerrecht beanspruchen will. Nun, die wirkliche Gleichheit zweier physischer Grössen trifft im Allgemeinen so gut wie nie zu, und sie kann im Wesentlichen immer nur annähernd constatirt werden, und zwar dadurch, dass durch die Combination der beiden als gleich geltenden Grössen ganz besondere Erscheinungen, ein ausgezeichneter Fall, ein Maximum oder Minimum, kurz, Verhältnisse eintreten, welche man sonst nicht be-

obachtet. Das Verfahren nun, durch welches zwei oder mehrere physische Grössen derartig combinirt werden, dass über ihre Gleichheit entschieden werden kann, bezeichnet man als die Methode der Messung. Und an diese Methode der Messung muss dann die Anforderung der Eindeutigkeit gestellt werden, wenn anders der Begriff der physischen Gleichheit eindeutig sein soll. Diese sonach nothwendigen Anforderungen der Eindeutigkeit haben ihre vollkommenste Fassung wohl bereits in den besprochenen Axiomen der Arithmetik gefunden. Zwei Grössen werden dann für gleich erachtet, wenn sie einer dritten gleich sind und durch ihre Vertauschung, verschiedene Commutation oder Association keinerlei Widersprüche auftreten.

Es darf also demgemäss das Resultat der Messung auch nicht durch die Vertauschung etc. von gleichen Grössen geändert werden, und ebenso müssen auch die verschiedenen Methoden zur Bestimmung einer Grösse, wenn sie anders für zulässig, für eindeutig erklärt werden sollen, stets die gleichen Resultate liefern. Bei einer Vergleichung von Gewichten darf also z. B. kein anderes Ergebniss erzielt werden, wenn etwa einzelne Gewichtsstücke durch andere und von anderem Material ersetzt werden, oder an Stelle der benutzten Waage eine andere gewählt wird. Kurz, die Methode muss eindeutig sein; ob das aber zutrifft, lässt sich schliesslich immer erst an ihren Früchten erkennen. Trifft dies nicht zu, so muss die Methode verworfen werden, das ist der oberste Grundsatz des Messens und somit auch der exacten Forschung.

Wenn nun solche Objecte oder Vorgänge, die nach den Ergebnissen einer zulässigen Messmethode in irgend einer Beziehung gleich sind, also gleiche Grössen darstellen, gezählt werden sollen, so bezeichnen wir sie als Einheiten der Zählung, und sie stellen dann für diese Grössenart das Maass dar, und die Anzahl wird dann eine benannte Zahl genannt, die Art der Einheiten dagegen Benennung[1]).

[1]) vgl. v. Helmholtz, l. c. p. 35.

Eine solche Zählung oder Addition von gleichen Grössen bezw. gleichen Objecten lässt sich häufig auch wohl objectiv nach der Methode des Messens durchführen. So addiren wir Gewichte, indem wir sie in dieselbe Wagschale werfen, wir addiren Zeitperioden, indem wir die zweite genau in dem Augenblicke beginnen lassen, in dem die erste aufhört, wir addiren Längen, wenn wir sie in gerader Linie aneinander legen. Man spricht dann wohl von additiven Grössen, denn nicht alle Grössenarten gestatten eine solche Verknüpfung. Soll aber eine solche Verknüpfung zulässig sein, so muss sie auch den Gesetzen der Addition, den Axiomen der Arithmetik genügen. Es darf also das Resultat weder durch eine Vertauschung der Glieder noch durch eine andere Reihenfolge geändert werden.

Alle Grössen nun, über deren Gleichheit bezw. Ungleichheit nach derselben Methode in derselben Weise entschieden werden kann, bezeichnet man als gleichartige Grössen. Die Vergleichung von Grössen giebt aber nach den bisherigen Betrachtungen nur Aufschluss über die Frage, ob sie gleich oder ungleich sind, aber noch kein Maass für die Grösse des Unterschiedes. Sollen aber die Grössen durch benannte Zahlen vollständig ausdrückbar sein, so muss die grössere der beiden verglichenen Grössen als die Summe der kleineren und des Unterschiedes hingestellt werden; und die Lösung dieser Aufgabe führt dann zur Theilung der Grössen.

Allgemein lassen sich diejenigen Grössen, welche man addiren kann, auch theilen, denn beim Zerlegen in gleiche Theile befolge ich ja nur den umgekehrten Weg wie beim Addiren, und immer kann ja eine Grösse, eine Einheit nach den Gesetzen der Addition durch die Summe ihrer Theile ersetzt werden. Ist also eine zu messende Grösse nicht ohne Rest durch die gewählten Einheiten auszudrücken, so theilt man die Einheiten wieder in bekannter Weise, und schliesslich kann man auf diesem Wege jeder Werthbestimmung, jeder Messung einen beliebigen Grad von Genauigkeit verleihen. Vollkommene Genauigkeit ist aller-

dings nur für sogenannte rationale Verhältnisse zu erreichen; irrationale Verhältnisse lassen sich aber zwischen beliebige enge Grenzen einschliessen. Die verlangte Eindeutigkeit der Messung, der Begriffsbestimmung ist also jederzeit gewährleistet.

Dadurch erhält die Darstellung der Grössen aber erst ihre höchste Vereinfachung; denn wenn wir sie in dieser Weise in ihre Einheiten auflösen, so bedarf es zu ihrer exacten Beschreibung für den, der die Einheit kennt, nur der Angabe einer blossen Zahl.

Besondere Verhältnisse bestehen freilich noch bei denjenigen Grössen, welche eine unmittelbare additive Verknüpfung nicht zulassen und dementsprechend auch nicht als direct theilbar hinzustellen sind. Zu ihnen gelangt man im Allgemeinen, indem man die gleichartigen Grössenarten, welche zwei verschiedenen und besonders characterisirten Körpern oder Vorgängen zukommen, mit einander verknüpft. So stellen z. B. das specifische Gewicht, die Wärmecapicität, der Brechungsexponent etc. derartige Grössen dar, welche als direct untheilbar gelten müssen. Zum Unterschiede von den einfachen additiven Grössen werden sie auch wohl als Coefficienten oder Constanten bezeichnet; indessen lassen sie sich sämmtlich ohne Ausnahme auf Verhältnisse von gewissen fundamentalen additiven Grössen zurückführen, und ihrer Messung muss die Bildung und Bestimmung dieser einfachen Grössen nothwendig vorangehen.

Aehnlich liegen schliesslich die Verhältnisse auch bei den räumlichen Grössen[1]), welchen ausser einem bestimmten Zahlenwerth auch eine bestimmte Richtung zukommt. Ueberall handelt es sich bei physikalischen Messungen in letzter Instanz um ein Zählen gleicher additiver Grössen, und das Fundament aller Messkunst wird dementsprechend auch von den Axiomen der Arithmetik gebildet.

6. Was nun die Einheit der Zählung oder das Maass betrifft, welches bei einer jeden Messung gefordert wird,

[1]) vgl. Kap. IV.

so ist es zunächst im Allgemeinen ganz willkürlich. Da uns a priori keine Maasse gegeben sind, so müssen sie von den Dingen selbst geliefert werden. Wir erhalten ein solches Maass, indem wir die sämmtlichen zu erforschenden Dinge mit ein und demselben Dinge vergleichen, d. h. indem wir ein bestimmtes Ding bezw. eine bestimmte Grösse desselben zum Maass erheben. Nach der Natur unseres Erkenntnissvermögens lassen sich aber nur solche Dinge mit einander vergleichen, denen, wie bereits der Name andeutet, gleichartige Grössen zukommen. Es wird somit allgemein für jede Grössenart ein besonderes Maass erforderlich. Nun kommen aber den Dingen, wie unsere Sinne lehren, zumeist ganz verschiedenartige Grössenarten (Eigenschaften) zu, d. h. wir können sie vielfach nur unvollkommen, nur in bestimmter Richtung, nur in Bezug auf die ihnen zukommenden gleichartigen Grössenarten vergleichen. Allgemein wird man daher zwei Dinge desto vollkommener mit einander vergleichen können, je mehr gleichartige Grössenarten ihnen zukommen, und schliesslich vollkommen wird man nur solche Dinge mit einander vergleichen können, denen dieselben und zwar einzig und allein dieselben Grössenarten zukommen. Diese Schlussfolge tritt in ihrer ganzen fundamentalen Bedeutung noch klarer, noch schärfer vor die Augen, wenn wir bedenken, dass die Dinge sich ja scheinbar verändern, d. h. dass die von unseren Sinnen an ihnen erkennbaren Grössenarten zum Theil in andere nicht mehr gleichartige Grössenarten übergehen. Es wollen demnach anch diese Veränderungen messend verfolgt und beschrieben werden.

Soll demnach eine ideale und vollständig exacte, d. h. einzig auf Messung basirte Beschreibung der Dinge und der Naturvorgänge möglich sein, so können die von unseren Sinnen direct gelieferten subjectiven Grössenarten (oder Eigenschaften) nicht diejenigen sein, welche den Dingen allgemein und unabänderlich zukommen. Sie müssen vielmehr — wenn man nicht anders von vornherein auf eine völlig exacte Naturbeschreibung Verzicht leisten will —

als quantitative Verschiedenheiten bestimmter Urgrössenarten hingestellt werden, welche dann allen Dingen ohne Ausnahme zuzuschreiben sind und demgemäss auch bie allen scheinbaren Veränderungen der Dinge, d. i. bei allen Naturvorgängen in letztem Grunde einzig und allein in Betracht kommen können.

Eine Beschreibung, welche sich dagegen mit der Annahme begnügt, dass gewisse fundamentale Grössen sich in andere, verschiedenartige umsetzen können, wird immer mehr oder minder lückenhaft bleiben. Zwar lassen sich ja diese Lücken gleichsam überbrücken, indem man Gesetze aufstellt, welche diese Umsetzungen quantitativ regeln; aber schliesslich ist es ja doch nur ein Stehenbleiben auf halbem Wege. Sobald man überhaupt damit beginnt, sogenannte qualitative Unterschiede, d. i. verschiedenartige Grössen, auf quantitative Verschiedenheiten gewisser unveränderlicher Grössenarten zurückzuführen, wird man — in logischer Consequenz — auch immer bestrebt sein, derartige vielleicht zunächst nothwendige Lücken in gleicher Weise auszufüllen, und ein völlig befriedigender Zustand kann erst dann eintreten, wenn diese Zurückführung auf einige wenige unveränderliche Urgrössenarten schlechthin vorliegt.

Welche Grössenarten aber als solche einzig dastehende Urgrössenarten auszuwählen sind, darüber lässt sich natürlich von vornherein nichts Bestimmtes aussagen, und es wird erst Aufgabe der Forschung sein, dieselbe ausfindig zu machen.

Der Weg, welcher hierbei einzuschlagen ist, wird im Allgemeinen charakterisirt durch die Entwickelung der Wissenschaft selbst, in Sonderheit noch durch die Herausbildung des Begriffes Naturgesetz.

7. Was nun jene Entwickelung im Allgemeinen anbetrifft, so beginnen die ersten Anfänge der exacten Forschung wohl mit der Unterscheidung zwischen leblosen und lebendigen Dingen; und wenn auch die Grenzen zwischen beiden im Einzelnen noch so unbestimmt liegen,

im Grossen und Ganzen ist dieser Unterschied nicht zu übersehen. Den leblosen Dingen wurde dann nicht mehr wie bisher eine bewegende der menschlichen ähnliche Seele zugeschrieben, sondern ihre Bewegung sollte durch äusserliche Veranlassungen, durch Druck oder Stoss, d. i. mechanisch, zu Stande kommen.

Insofern aber die menschlichen Bewegungen alle mehr oder minder mit einem bestimmten Zweck verbunden sind, und man die ganze Einrichtung des Weltalls einschliesslich der leblosen Dinge auf ein oder mehrere höchste menschenähnliche Wesen zurückführte, so würde doch gleichsam in unbewusster Analogie auch den leblosen Dingen zunächst noch mancherlei innere Bestrebungen gelassen oder zugeschrieben. Dementsprechend waren dann auf dieser Grundlage noch zwei verschiedene Naturauffassungen möglich, eine mechanische, welche alle Veränderungen des physischen Weltalls auf rein äussere, d. i. mechanische Veranlassungen zurückführt, und eine teleologische, welche hierzu auch innere Beweggründe und in Sonderheit den Zweckbegriff herbeizieht. Im Anfangsstadium der Wissenschaft konnten nun wohl beide Auffassungen durcheinander und nebeneinander fortkommen, mit der weiteren Entwickelung aber musste schliesslich nothwendig eine scharfe Trennung sowie eine Verwerfung der einen oder anderen Ansicht eintreten.

Im Mittelalter herrschte noch die Teleologie vor; mit dem Auftreten des Humanismus aber gewinnt die mechanische Naturauffassung das Uebergewicht, und dieses hat sich seitdem nur noch vermehrt. Alle Willkürlichkeiten, wie sie bei dem anthropomorphen Character der Teleologie immer mehr oder minder versteckt und in verfeinerter Form auftreten, wurden nach und nach aus der Natur völlig beseitigt.

Andererseits freilich gelang es der mechanischen Naturauffassung auch keineswegs, alle Erscheinungen auf sinnliche mechanische Vorgänge, auf Druck und Stoss zurückzuführen. Dagegen wurde es auf diesem Wege

LIBRARY OF THE UNIVERSITY OF CALIFORNIA

durch Auffindung allgemeiner Regeln und Grundsätze so gut wie Gewissheit, dass alles Geschehen in der Natur mit unveränderlicher Nothwendigkeit, d. i. nach unwandelbaren Gesetzen erfolgt. In dem Maasse, als es gelang, die Dinge selbst zu messen und messbare Grössenarten an ihnen aufzufinden, zeigte es sich, dass dieselben allgemein in der Weise verknüpft werden können, dass sich der eine Theil dieser Grössen berechnen lässt, sobald der andere bekannt ist. Und wenn man in dieser Weise dahin gelangt, sei es den Zusammenhang oder Zustand der Dinge, sei es ihre Veränderungen durch eine oder mehrere mathematische Gleichungen darzustellen, dann spricht man von einem Naturgesetz.

Ein Naturgesetz der exacten Wissenschaft sagt also hiernach aus, dass zwei oder mehrere Grössenarten in einem bestimmten eindeutigen Verhältnisse stehen.

Die Auffindung und Aufstellung von Naturgesetzen ist demnach mit der Auffindung bestimmter eindeutig messbarer Grössenarten unauflöslich verknüpft. Naturgesetz und exacter Begriff — denn das sind ja die messbaren Grössenarten — bedingen sich kurz gesagt gegenseitig, und den Naturgesetzen gegenüber muss demgemäss auch — wenn sie anders dauerndes Bürgerrecht in der exacten Wissenschaft geniessen sollen — die Anforderung der Eindeutigkeit strenge aufrecht erhalten werden. Der Begriff „Naturgesetz“ gestattet sonach keine Ausnahme und eine angenäherte Gültigkeit nur innerhalb der Fehlergrenzen der Messung. Finden wir sogenannte Naturgesetze, welche nur angenähert richtig sind, so haben wir zunächst von Neuem zu untersuchen, ob die Messung der durch dieses Gesetz verknüpften Grössenarten auch einwurfsfrei, auch wirklich eindeutig ist. Denn schliesslich ist ja jede objective Messung mit einem wenn auch noch so geringen Fehler behaftet. Es muss also untersucht werden, wie gross jener Fehler sein kann, und genügen dann die möglichen Messungsfehler nicht, um die Abweichungen von dem Naturgesetz zu erklären, dann muss man eben annehmen, dass die Factoren

oder die Grössenarten, welche in jenes Naturgesetz eingehen, noch nicht alle aufgefunden oder nicht die richtigen sind. Der Grad der Richtigkeit, der Genauigkeit wird also schliesslich zum Kriterium über die angemessene Wahl bezw. über die Vollständigkeit der in Betracht zu ziehenden Grössenarten, und eine sorgfältige Kritik der vorhandenen Abweichungen eines Gesetzes wird desshalb auch vielfach zur ergiebigen Quelle neuer Gesetze und Entdeckungen.

Ein Naturgesetz charakterisirt sich demnach im Allgemeinen als im Werden, in der Entwickelung befindlich; mit dem Fortschreiten der Wissenschaft und der Verfeinerung der Messkunst kann es gewissen Abänderungen oder Weiterbildungen unterliegen. Im Uebrigen aber muss die Existenz von Naturgesetzen mit unbedingter Gewissheit vorausgesetzt werden, denn sonst wird eine exacte Naturwissenschaft nicht möglich.

8. Eine Haupt-Aufgabe der Forschung muss demgemäss darin bestehen, solche messbare Grössenarten aufzufinden und auszusondern, dass die Gesetze möglichst einfach und sodann auch innerhalb der Fehlergrenzen der Messung richtig bleiben; und nur in dem Maasse, als dies gelingt, kann die Beschreibung der Zustände und Vorgänge in der Natur einfach und widerspruchsfrei werden. Wie gross aber die Anzahl derjenigen Grössenarten zu bemessen sein wird, welche als Urgrössenarten zu betrachten und sodann allen Dingen ohne Ausnahme zuzuschreiben sind, darüber lässt sich natürlich von vornherein wiederum nichts aussagen. Natürlich wird man versuchen, mit möglichst wenigen auszukommen, denn nach der Exactheit wird man selbstverständlich auch die Einfachheit der Gesetze und der Beschreibung im Auge behalten, und sie wird im Allgemeinen wohl desto grösser ausfallen, je kleiner die Anzahl dieser Grössen ist. Nun nach dem heutigen Standpunkt der Naturforschung scheint es so, als ob es möglich sein wird, mit 3 Urgrössenarten auszukommen. Als solche Urgrössenarten, die man allen

Dingen ohne Ausnahme zukommen lässt, sind bisher in Betracht gekommen: Zeit, Raum, Masse, Kraft und Energie. Indessen nur drei von ihnen scheinen wirklich nothwendig zu sein; die beiden andern dürften sich immer aus den drei zuerst gegebenen ableiten lassen.

Als solche fundamentale Urgrössenarten werden nun allgemein und ohne Ausnahme Zeit und Raum betrachtet; sie sind eben so primitiver Natur, dass in Bezug auf ihre Wahl wohl keine Zweifel aufkommen können.

Hinsichtlich der erforderlichen dritten Grössenart haben sich dagegen die Ansichten im Laufe der Zeit mehrfach geändert, und auch heutigentags herrscht darüber unter den Forschern keine Uebereinstimmung.

In neuerer Zeit wird zu Raum und Zeit gewöhnlich die Masse gesellt, und diese Geistesgewöhnung ist wohl im Wesentlichen erst durch die Aufstellung des sogenannten absoluten Maasssystems durch Gauss und Weber veranlasst worden. Bis dahin fungirte allgemein als dritte Urgrössenart die Kraft, und diese Auffassung war im Grossen und Ganzen schon seit Newton's Zeiten in Geltung. Neuerdings hat man auch versucht, an Stelle der Grössenart der Masse die der Energie zu setzen, und besonders war es W. Ostwald, der sich seit dem Jahre 1891 bemühte, eine solche Umwälzung zu Stande zu bringen.

Wählt man als dritte Urgrössenart die Masse, so spricht man wohl von einer kinetischen Naturauffassung, weil dann alle Naturvorgänge auf Bewegungen von Massen zurückgeführt werden müssen.

Gilt dagegen als dritte Urgrössenart die Kraft, so redet man von einer dynamischen Naturauffassung, denn dann muss schliesslich die gesammte Materie in Kraftcentren aufgelöst werden.

Beide Naturauffassungen bezeichnet man auch wohl als mechanische, weil sie einzig mit den Grössen der herkömmlichen reinen Mechanik operiren. Zu dem kommt, dass beide bisweilen nicht ganz strenge unterschieden werden. In den meisten Lehrbüchern der Physik und

Mechanik nimmt man eben zur Zeit noch vier Urgrössenarten — neben der Masse auch noch die Kraft — als schlechthin gegeben an, und zwar ohne dass eine principielle Erörterung dieser Sachlage stattfindet. Alsdann erhält die Grössenart der Kraft eine doppelte Bedeutung, und das widerspricht dem Wesen der exacten Forschung; sie kann nur eindeutige Begriffe gebrauchen. Wählt man schliesslich als dritte Urgrössenart die Energie, so spricht man von einer energetischen Naturauffassung.

Für alle drei Naturauffassungen stellt sich aber die Aufgabe der Forschung im Wesentlichen als gleichartig heraus. Wenn den Dingen ohne Ausnahme nicht mehr als drei Urgrössenarten zukommen sollen, dann müssen eben alle übrigen Grössenarten, wie sie theils direct von unseren Sinnen geliefert, theils durch unsere Denkthätigkeit erst geschaffen werden, auf jene drei Urgrössenarten zurückgeführt werden. Diese Zurückführung bildet dann eine Hauptaufgabe der Forschung, und sie kann wohl durch die Wahl der einen oder anderen Grössenart nicht wesentlich geändert werden.

9. Bei dieser Zurückführung ist aber wieder zu unterscheiden zwischen dem abstracten Theil, sozusagen der leeren Umgrenzung des objectiven Denkinhalts einer Grösse, und dem vorhandenen oder vorausgesetzten anschaulichen Theil, der bei den rein abstracten Grössen freilich fehlt, aber eventuell nur schwer und angenähert von subjectiven Zuthaten zu befreien ist.

Zieht man nur den ersten Antheil in Betracht, der ja zumeist gänzlich abstract aber doch als rein objectiver Natur zu gelten hat, da er allein durch den objectiven Messungsvorgang bestimmt wird, so kann man von einer schlechthin objectiven Zurückführung sprechen.

Handelt es sich dagegen um die anschauliche Bedeutung der Grössen, so ist wohl am besten von einer subjectiven Zurückführung die Rede, da man nie sicher ist, dass die subjectiven Elemente völlig beseitigt sind. Die objective Zurückführung einer bisher isolirt dagestandenen gemessenen

Grössenart kann einzig und allein erfolgen durch Auffindung neuer Naturgesetze oder Messungsmethoden, welche darthun, dass jene Grössenart in einem unabänderlichen eindeutig bestimmten Zusammenhang steht mit den Urgrössenarten oder solchen Grössen, die bereits hieraus abgeleitet werden können. Erst dadurch gelangen wir zu dem, was man gemeinhin als wissenschaftliche Definition einer Begriffs- oder Grössenart bezeichnet. Vielfach geht auch wohl diese mathematische Definition einer Grösse der Ausarbeitung oder Auffindung einer brauchbaren Messungsmethode voran; zumeist aber dürfte die Entwickelung beider Hand in Hand gehen.

So gehörte z. B. die Härte lange Zeit zu denjenigen Grössenarten, welche isolirt dastanden oder, wie es gewöhnlich heisst, nicht in absolutem Maasse gemessen werden konnten. Zwar gab es ja auch Methoden zu ihrer Bestimmung, aber das von ihnen gelieferte Maass stand in keiner Beziehung zu den Urgrössenarten. Erst Hertz [1]) gelang es, die Härte einzureihen in die zurückführbaren Grössen, indem er sie definirte als die Elasticitätsgrenze eines Körpers, welche bei der Berührung einer ebenen Fläche desselben mit einer kugelförmigen Fläche eines anderen Körpers sich bemerkbar macht. Daraufhin gelang es dann Auerbach [2]), eine dieser Auffassung entsprechende Methode der Härtebestimmung auszuarbeiten.

Bei dieser objectiven Zurückführung wird aber sozusagen die Welt des Objectiven gar nicht verlassen, sie erfolgt einzig mit Hülfe der abstracten Naturgesetze, welche nur den Zusammenhang zwischen den mit Hülfe von objectiven Messungsvorgängen eindeutig umgrenzten Grössen wiedergeben. Und beschränkt man die Aufgabe der exacten Naturforschung auf diese objective Zurückführung, so gipfelt sie in der sogenannten mathematischen Physik. Das Streben der Wissenschaft ist dann darauf gerichtet,

---

[1]) Werke, Bd. I, p. 174.
[2]) Wied. Ann. d. Phys., Bd. 43, p. 61.

die natürlichen Vorgänge und Zustände des physischen Weltalls durch endliche und Differential-Gleichungen möglichst einfach und vollständig darzustellen. In diesem Sinne ist dann eine Thatsache erklärt, wenn sie mit anderen Thatsachen in einen eindeutigen Zusammenhang gebracht ist und sich als von bekannten Gesetzen beherrscht darstellt. Bei dieser Art der Forschung und Darstellung wird von den unmittelbar von unseren Sinnen gelieferten Erscheinungen vielfach so gut wie ganz abstrahirt, und das bewirkt dann, dass wir dem Resultat sozusagen fremd gegenüberstehen; es wird uns erst auf Umwegen, gleichsam erst durch eine Rückübersetzung in unsere Sinnen sprache verständlich.

In der mathematischen Physik macht sich desshalb neuerdings auch mehr und mehr das Bestreben geltend [1]), die in den Gleichungen niedergelegten Ergebnisse durch Modelle sichtbar und fühlbar zu machen. Dem entsprechen z. B. die plastischen Darstellungen der Wellenflächen, der thermodynamischen Oberflächen etc., sowie die in allen Gebieten der Physik und Chemie stärker in Aufnahme kommenden graphischen Erläuterungen. Zum Theil leisten diese Modelle und Darstellungen ja freilich auch noch mehr als blosse Illustrationsdienste, indem mit ihrer Hülfe auch wirkliche Berechnungen, und zwar selbst der complicirtesten Art in einfachster Weise durchgeführt werden können.

Wenn man sich also in der exacten Naturforschung auf die rein abstracte algebraische Form der Darstellung beschränkt, so leistet man freiwillig Verzicht auf die geläufigste Art unseres Erkenntnissvermögens, nämlich auf das Operiren mit anschaulichen Vorstellungen. Und eine solche principielle Verzichtleistung würde wohl nur dann gerechtfertigt sein, wenn es a priori fest stünde, dass eine widerspruchsfreie Veranschaulichung der in den Gleichungen

---

[1]) L. Boltzmann, Ueber die Methoden der theoretischen Physik. Kat. d. math. Ausstellung, Nürnberg 1892.

der strengen exácten Forschung niedergelegten Naturbeschreibung zu den Unmöglichkeiten gehörte. Ueberdies kommt hier in Betracht, dass solche partielle Veranschaulichungen in der Form von Hypothesen und Theorien doch allgemein, wenn auch nur als Hilfsmittel der Forschung, in Gebrauch sind und auch nicht gut entbehrt werden können. Bevor deshalb von der subjectiven Zurückführung der Grössen die Rede sein soll, möchte ich zunächst die Bedeutung und Natur der Theorien besprechen.

10. Wenn man zwei augenscheinlich nicht gleichartige Grössenarten oder Eigenschaften dennoch in Gedanken mit einander vergleichen will, so bleibt nach der Natur unseres Erkenntnissvermögens nichts Anderes übrig, als die Annahme zu machen, dass diese „Ungleichartigkeit" nur scheinbar ist, nur von unseren Sinnen herrührt und nicht den Dingen, dem Objecte an sich zukommt. Man muss dann voraussetzen, dass sich diese Ungleichartigkeit oder dieser qualitative Unterschied zurückführen lässt auf eine quantitative Verschiedenheit ein und derselben bezw. mehrerer Grössenarten, welche den von unseren Sinnen gelieferten Grössenarten zu Grunde liegen. Und eine solche Zurückführung von Ungleichartigem auf Gleichartiges, von Qualitativem auf Quantitatives bezeichnet man in den exacten Wissenschaften als Hypothese. Die Hypothesen dienen also dazu, die Dinge oder deren Eigenschaften auch dann anschaulich miteinander zu vergleichen und in Beziehung zu setzen, wenn dies direct durch unsere Sinne nicht mehr möglich ist. Die Hypothesen sind also für die strenge exacte Naturwissenschaft, die sich auf die rein mathematische Darstellung beschränkt, nichts anderes als ein Hilfsmittel der Forschung, und ihr Werth ist demgemäss einzig nach ihrer Fruchtbarkeit zu bemessen, d. h. nach dem Grade, in welchem sie zur Auffindung neuer Beziehungen, neuer Gesetze und damit zur Vereinfachung der Beschreibung beitragen. Im Allgemeinen wird man behufs Zurückführung zweier ungleichartiger Grössenarten oder qualitativ verschiedener Eigenschaften auf eine

quantitative Verschiedenheit mehrere Annahmen machen können, d. h. es sind zunächst in der Regel mehrere Hypothesen möglich. Dieselben haben dann natürlich, soweit die Zurückführung mit der gleichen Einfachheit erfolgt, auch gleiche Berechtigung. Eine Entscheidung zu Gunsten der einen oder anderen wird erst möglich, wenn man eine grössere Anzahl von Dingen oder Vorgängen an denselben in den Kreis der Betrachtungen zieht.

Man wird natürlich derjenigen Hypothese den Vorzug geben, welche frei von Widersprüchen bleibt und sich bei grösster Einfachheit auf die meisten Dinge bezw. Vorgänge erstreckt; und man sagt dann gewöhnlich, die eine Hypothese sei bewiesen, die andere widerlegt. Genau genommen ist das nicht ganz richtig, denn beweisen lässt sich überhaupt keine Hypothese und zwar schon desshalb nicht, weil ja nie die Möglichkeit ausgeschlossen ist, dass sie mit künftig aufzufindenden Thatsachen in Widerspruch geräth.

Diejenigen Hypothesen, welche der Forschung grosse Dienste geleistet haben und eine grössere Anzahl von Naturerscheinungen in bequemer Weise zusammenfassen oder deren einheitliche anschauliche Beschreibung gestatten, bezeichnet man auch wohl als Theorien; so spricht man zumeist von einer Atomtheorie, einer Undulationstheorie etc. Ein scharfer Unterschied zwischen Theorie und Hypothese lässt sich indessen nicht aufstellen.

Man bedient sich der Hypothesen aber schliesslich nicht allein in solchen Fällen, in denen es sich um die Vergleichung, um die Herstellung von Beziehungen zwischen Grössenarten handelt, welche nach unseren Sinnen ungleichartig sind, sondern man verwendet die Hypothesen auch da, wo es sich um direct gleichartige Grössen handelt, die aber der Beobachtung zur Zeit nicht zugänglich sind. In solchen Fällen ist es dann natürlich auch nicht ausgeschlossen, dass eine Hypothese einmal zur Thatsache wird, denn hier ist die Sinnenwelt nicht verlassen worden, und Thatsachen sind ja nichts anderes, als durch wieder-

holte Beobachtung, d. i. durch die Erfahrung bestätigte Naturerscheinungen.

So wurde z. B. die Drehung der Erde um ihre Achse zunächst als eine zur Vereinfachung der astronomischen Rechnungen dienende Annahme oder Hypothese eingeführt. Mit der Zeit aber hat man sozusagen Mittel gefunden, um diese angenommene Drehung zu beobachten; sie wurde damit zur Thatsache. Aehnlich erging es z. B. auch der Verbrennungstheorie eines Lavoisier. Dass diese Theorien sich beweisen liessen oder richtiger gesagt: zu Thatsachen werden konnten, lag aber daran, dass es sich um Annahmen handelte, die der Beobachtung durch unsere Sinne zugänglich waren oder doch zugänglich gemacht werden konnten. Bei der Atomtheorie z. B. dürfte dagegen die Grenze der Sinnenwelt überschritten werden, und dementsprechend kann sie auch wohl nie zur Thatsache werden.

Nicht immer aber ist es leicht zu entscheiden, ob eine Hypothese wirklich über die Sinnenwelt hinausgeht, und in manchen Fällen durfte eine sichere Entscheidung zur Zeit überhaupt nicht möglich sein; denn der Kreis der Sinnenwelt erweitert sich ja mit der Vervollkommnung der Apparate und Instrumente, und dementsprechend ist Vorsicht in dieser Hinsicht jedenfalls doppelt am Platze.

Zu den Hypothesen zählen auch die sogenannten mechanischen Analogien, welche erst in neuerer Zeit und zwar hauptsächlich durch Maxwell in die Wissenschaft eingeführt wurden. Bei ihrer Aufstellung knüpft man an eine gewisse äussere Uebereinstimmung zwischen einer mechanischen Vorrichtung, einem Modell, und einem physikalischen oder chemischen Process an und sucht dann zu ermitteln, wie weit sich diese Uebereinstimmung verfolgen lässt. So hat z. B. Maxwell die vier Grundgleichungen seiner Electricitätstheorie an der Hand eines mechanischen Modells entwickelt, ohne dass von ihm irgendwie der Gedanke vertreten wird, jenes Modell könne objectiv die Vorgänge in der Natur wiedergeben. Nach Auffindung

seiner fundamentalen Formeln findet denn auch dieses Modell seinerseits kaum noch eine Erwähnung.

Die mechanischen Analogien stellen also ebenso wie die Hypothesen ein Hilfsmittel der Forschung dar; sie bilden sozusagen eine Abart der letzteren, und wenn von einer mechanischen Analogie im Gegensatz zu einer Hypothese oder Theorie die Rede ist, so soll damit gesagt sein, dass von den anschaulichen Bildern, welche man verwendet, ganz bestimmt angenommen wird, dass sie der Wirklichkeit in keiner Weise entsprechen. Die strenge, exacte Forschung beschränkt sich neuerdings gern auf die Benutzung von Analogien und betrachtet dementsprechend alle Theorien, welche über die Sinnenwelt hinausgehen, auch nur als Analogien. Und ein solcher Standpunkt hat gewiss seine grossen Vorzüge, denn Hypothesen können schliesslich der Wissenschaft auch schaden, und einzelne Forscher, wie z. B. Baco und Newton, haben sie gelegentlich wenigstens mit Worten gänzlich verworfen. In demselben Grade nämlich, wie eine Hypothese unser Unterscheidungsvermögen schärft für diejenigen Gesetzmässigkeiten, welche derselben conform sind oder ihr direct widersprechen, in demselben Maasse macht sie uns auch blind für diejenigen Verhältnisse, welche zu ihr in keiner näheren Beziehung stehen. Es empfiehlt sich desshalb, Duldsamkeit zu üben und eventuell auch mehrere Hypothesen aufkommen und gelten zu lassen, und das wird wohl immer am leichtesten möglich sein, wenn sie als Analogien bezeichnet werden.

Im Uebrigen dürfte eine Schädlichkeit oder Gefährlichkeit der Hypothesen nur zu befürchten sein, wenn sie der mathematischen und experimentellen Controle entbehren. Alsdann bewegt man sich aber nicht mehr auf dem Gebiet der exacten Wissenschaft, sondern geräth ins Nebelland der Phantasie; und was unter diesen Verhältnissen für Unheil entstehen kann, das zeigt wohl am Besten die Entwickelung der Naturphilosophie zu Anfang des Jahrhunderts, und an einzelnen Epigonen und Nachzüglern hat es bisher ja auch noch niemals gefehlt.

Diesem Standpunkt entsprechend ist eine Veranlassung zur Aufstellung einer Hypothese nur dann vorhanden, wenn auf irgend einem Gebiete ein gewisses Beobachtungs- oder Messungsmaterial vorliegt. Soll aber die entwickelte Hypothese ihren Zweck erfüllen, so muss sie von der Beschaffenheit sein, dass ihre denknothwendigen Folgerungen der Beobachtung zugänglich sind oder sich doch durch anstellbare Versuche prüfen lassen. Hypothesen, welche eine solche Prüfung schlechthin nicht gestatten, haben vor der strengen exacten Wissenschaft keine Existenzberechtigung, denn sie sind ja nur ein Hilfsmittel der Forschung, und da sie unbrauchbar sind, müssen sie als unnützer Ballast beseitigt werden. Andrerseits haben aber auch Experimente und Beobachtungen im Allgemeinen als zwecklos zu gelten, wenn sie nicht zur Aufstellung oder Prüfung von Hypothesen sowie zur Gewinnung von Naturgesetzen benutzt werden. Des Weiteren kann ferner die Prüfung der Hypothesen durch das Experiment wiederum nur in sofern von Bedeutung sein, als direct Naturgesetze sicher gestellt werden oder die Induction, d. i. die Praecisirung und Erweiterung der Hypothese möglich ist. Und dieses Vorgehen, das in infinitum fortgesetzt werden kann, stellt den sogenannten inductiven Weg der Naturforschung dar. Die characteristischen Züge derselben lauten also in Kürze: Man beobachtet um Hypothesen aufzustellen und Gesetze zu vermuthen; man macht Hypothesen, um sie zu prüfen und planmässig experimentiren zu können, und man stellt Experimente an, um eventuell durch Induction die vermutheten Gesetze aufzufinden und sicher zu stellen.

Ein hypothesen- oder planloses Experimentiren sowie ein der Prüfung entbehrendes Theoretisiren ist dagegen von Seiten der exacten Forschung zu verwerfen und wird auch sicher regelmässig fruchtlos bleiben.

11. Mit Hülfe der Hypothesen und der Induction wird also hiernach auch gleichzeitig das angestrebt, was oben als die subjective Zurückführung der Grössenarten hin-

gestellt wurde, und die im Wesentlichen nichts anderes darstellen würde, als eine allgemeine anschauliche widerspruchsfreie Theorie, welche die sämmtlichen Vorgänge und Zustände des physischen Weltalls umfasst.

Von diesem Standpunkt aus sind freilich die Theorien noch etwas mehr als ein blosses Hilfsmittel der Forschung, sie characterisiren sich dann auch sozusagen als Stufen in einer unendlichen Annäherung an das Ziel, dem die Forschung nachstrebt und die Entwickelung der Wissenschaft thatsächlich nachzufolgen scheint.

Ob freilich dieses Ziel jemals vollständig zu erreichen ist, kann wohl nur als offene und müssige Frage betrachtet werden. Es genügt, dass wir uns dem Ziele unbegrenzt nähern können, und wenn das zugegeben wird — und es dürfte allgemein geschehen — dann hat neben der objectiven Zurückführung der Grössenarten auch ihre subjective Zurückführung, neben der in den Gleichungen der mathemathischen Physik niedergelegten und niederzulegenden streng exacten aber abstracten Naturbeschreibung auch die anschauliche Beschreibung eine gewisse selbstständige Existenzberechtigung.

Freilich Bedingung muss es hierbei bleiben, dass die letztere nur auf Grundlage sowie an der Hand der ersteren erfolgt. Und in dem Maasse, als dies Verhältniss sorgfältig berücksichtigt wird, und die Forschung voranschreitet, dürften dann beide Beschreibungen auch mehr und mehr zu einer einseitlichen verwachsen.

Eine andere vielfach erörterte Frage ist es dann, ob die auf diesem Wege durch Veranschaulichung der gemessenen Grössen erhaltenen oder erhaltbaren Bilder, welche wir uns von den Dingen und ihren Veränderungen machen, der Wirklichkeit entsprechen, d. i. die reine Wahrheit selbst darstellen oder nur als blosse Symbole hinzunehmen sind, welche die Wahrheit in Gleichnissen wiedergeben. Eine sichere Antwort ist hier indessen nicht möglich; die exacte Forschung hat keine Hilfsmittel und keine Wege, um hier zu entscheiden. Prüfen lässt sich

immer nur, ob die abstracten Naturgesetze richtig sind, und die nach den immanenten Denkgesetzen aus den construirten Bildern hervorgehenden neuen Bilder dem natürlichen Verlaufe entsprechen oder wie Hertz[1]) sich ausdrückt, ob die denknothwendigen Folgen der Bilder mit den naturnothwendigen Folgen der Dinge in Uebereinstimmung bleiben. Eine solche zeitlich parallelgehende Uebereinstimmung fordert wohl nicht nothwendig weitere Uebereinstimmungen oder völlige Identität, wenn auch natürlich gewisse Aehnlichkeiten vorhanden sein müssen. Von Seiten des sogenannten Materialismus, der die Unterscheidung zwischen Subjectivem und Objectivem übergeht, wird, oder vielmehr wohl, wurde diese Identität mit der Wirklichkeit zwar behauptet, und dann schwindet natürlich auch der Unterschied zwischen Theorie und Thatsache, aber der Kampf der in dieser Hinsicht früher die Gemüther heftig bewegte, hat seine Bedeutung verloren; man ist eben auf beiden Seiten mehr oder minder zu der Erkenntniss gelangt, dass man sich hier über etwas streitet, das über die Grenzen des menschlichen Erkenntnissvermögens hinausgeht.

Ueberdies kommt hier in Betracht, dass es sich für die Specialforschung im Wesentlichen auch gleich bleibt, ob man der einen oder andern Ansicht huldigt.

Eine richtige Würdigung der obwaltenden Verhältnisse hat sich hauptsächlich im Anschluss an eine eingehendere Kritik des sogenannten Causalitätsprincips herausgebildet, und dementsprechend muss hier auch seine Beziehung zur exacten Naturforschung zur Sprache kommen.

12. Für gewöhnlich wird dieses Princip ja dahin ausgesprochen, dass jedes Ding, oder richtiger, jede Wirkung seine Ursache hat. Präciser lautet die Fassung: Alles Geschehen, Werden und Verändern hat seine Ursache, denn die Dinge sind nicht das, was wir direct wahrnehmen, sie lassen sich vielmehr erst mit Hülfe eben dieses Princips

---

[1]) Werke. Bd. III, p. 2.

aus den Wahrnehmungen, aus den Erfahrungsthatsachen erschliessen.

Im Speciellen ist das Causalitätsprincip noch in die drei folgenden Axiome zerlegt worden:

1. Posita causa, ponitur effectus. Ist die Ursache gegeben, so folgt die Wirkung.
2. Sublata causa, tollitur effectus. Hört die Ursache auf, so fällt die Wirkung fort.
3. Variata causa, variatur effectus. Verändert sich die Ursache, so verändert sich auch die Wirkung.

Dementsprechend hat man dann auch wohl drei Methoden der Anwendung des Causalitätsprincips unterschieden, indessen zu einer widerspruchsfreien Klarstellung derselben ist man damit nicht gelangt. Bei complicirten Erscheinungen treten sofort Schwierigkeiten auf; die Ursachen sind schliesslich nie völlig einfacher Natur, sie hängen von einander ab, sie können interferiren, sich gegenseitig vertreten, sowie sich zusammensetzen. Man hat desshalb im Gegensatz zu Newton, der nur einfache Ursache gelten liess, auch wohl von einer Pluralität der Ursachen gesprochen (Mill).

Von einer einfachen Ursache könnte allenfalls dann die Rede sein, wenn es sich allein um die gesetzmässige Verknüpfung zweier Grössenarten handelt. In Wirklichkeit ist das so gut wie niemals der Fall; in letzter Instanz kommen doch immer noch sogenannte Nebenumstände oder Nebenursachen in Betracht, und eine solche Unterscheidung zwischen Haupt- und Nebenursachen lässt sich in der Sprache der Logik immer nur unvollkommen durchführen.

Wie über den Inhalt, so ist auch über den Ursprung und den Gültigkeitsbereich des Causalitätsprincips von Seiten der sogenannten Fachphilosophen viel debattirt und gestritten worden. Während die alte Metaphysik es als einen Bestandtheil der reinen Vernunft und somit als über die Erfahrung hinausgehend betrachtet, beschränkt die neuere Philosophie seine Gültigkeit auf das Gebiet der Erfahrung. Es wird aber wohl allgemein anerkannt, dass

es diesen Bemühungen nicht gelungen ist, den Begriffen Ursache und Wirkung einen eindeutigen widerspruchsfreien Sinn abzugewinnen, derart, dass sie in einer exacten Wissenschaft zugelassen werden könnten.

Die exacte Naturforschung hat sich erst neuerdings mit dem Causalitätsprincip befasst; Veranlassung war hierzu im Wesentlichen eine nähere Präcisirung der Aufgaben der wissenschaftlichen Physik, und die Physik stellt ja schliesslich auch die Grundlagen aller übrigen Naturwissenschaften fest. So heisst es zuerst in den Vorlesungen Kirchhoff's [1]) über Mechanik: „Aufgabe der Mechanik ist es, die in der Natur vor sich gehenden Bewegungen vollständig und auf die einfachste Weise zu beschreiben". Lässt man diese Definition auch für die gesammte Physik gelten, so wird eine ursächliche Erklärung der Naturvorgänge natürlich nicht mehr zu den Aufgaben der Wissenschaft gerechnet.

Am Besten kommt diese Wandlung in der Auffassung des Causalitätsprincips wohl in der v. Helmholtz'schen Schrift: „Ueber die Erhaltung der Kraft" zum Ausdruck [2]). In der im Jahre 1847 erschienenen 1. Auflage heisst es: „Der theoretische Theil derselben (der physikalischen Wissenschaften) sucht dagegen die unbekannten Ursachen der Vorgänge aus ihren sichtbaren Wirkungen zu finden; er sucht dieselben zu begreifen nach dem Gesetz der Causalität. Wir werden genöthigt zu diesem Geschäft durch den Grundsatz, dass jede Veränderung in der Natur eine zureichende Ursache haben müsse". In der 2. Auflage vom Jahre 1882 aber findet sich hierzu der Zusatz: „Die philosophischen Erörterungen der Einleitung sind durch Kant's erkenntnisstheoretische Ansichten stärker beeinflusst, als ich jetzt noch als richtig anerkennen möchte. Ich habe mir erst später klar gemacht, dass das Princip

[1]) Leipzig, 1876, p. 1.

[2]) v. Helmholtz, Wissenschaftliche Abhandlungen. Bd. I, p 18 u. 68.

der Causalität in der That nichts anderes ist als die Voraussetzung der Gesetzlichkeit aller Naturerscheinungen".

Noch characteristischer drückt sich neuerdings ein anderer Forscher aus; E. Mach[1]) sagte 1894 gelegentlich der Naturforscherversammlung in Wien: „Ich hoffe, dass die künftige Naturwissenschaft die Begriffe Ursache und Wirkung, die wohl nicht für mich allein einen starken Zug von Fetischismus haben, ihrer formalen Unklarheit wegen beseitigen wird".

Das Causalitätsgesetz stellt sich eben dar als ein letzter Ueberrest aus der überlebten teleologischen Naturauffassung. Die einzige Ursache, deren Wirkungsweise uns unmittelbar durch innere Anschauung gegeben ist, sind wir selbst. Im Uebrigen ist keinerlei Verknüpfung von Ursache und Wirkung direct bekannt; sie kann vielmehr immer erst an der Hand der beobachteten Thatsachen erschlossen werden. Daher der Hang zur Personifikation, d. i. das Bestreben, die wahrgenommenen Thatsachen in der einzigen uns unmittelbar verständlichen Weise auf eine Ursache zurückzuführen, und dementsprechend finden wir, dass in einem früheren Stadium der Entwickelung auch die leblosen Dinge als von menschlichen Wesen beseelt betrachtet werden.

Durch diesen Zusammenhang aber wird dem Causalitätsbegriff sozusagen unbewusst noch ein Rest des Zweckbegriffs associirt, da ja die bewussten menschlichen Handlungen mehr oder weniger alle auf ein bestimmtes Ziel gerichtet sind und zu einem bestimmten Zweck erfolgen. Und dieser Rest besteht darin, dass die Verknüpfung von Ursache und Wirkung unbegrenzt und von völlig einseitiger Richtung ist; sie lässt sich nicht umkehren. In consequenter Anwendung des Causalitätsprincips wird man desshalb immer auf das Ding an sich oder auf den gänzlich unfruchtbaren und unbrauchbaren Begriff der

[1]) Ueber das Princip der Vergleichung in der Physik. Leipzig 1894, p. 12.

ersten oder Endursache geführt, und schon die einfache Frage Warum? hat sich ja in der modernen Wissenschaft so unfruchtbar erwiesen, dass man geradezu rein empirisch dahin gelangt ist, sich auf die Frage Wie? zu beschränken.

Im Gegensatze zu dieser dem Causalitätsprincip entsprechenden unbegrenzten und einseitigen Verknüpfung von Ursache und Wirkung steht dagegen die begrenzte zweiseitige umkehrbare Verknüpfung, wie sie durch den Begriff des Naturgesetzes geliefert wird. Betrachtet man z. B. einen durch eine mathematische Gleichung dargestellten Naturzustand oder Vorgang, so kann im Allgemeinen jede der darin vorkommenden Grössen — und ebenso auch jede Combination derselben — als Ursache, der Restausdruck dagegen als Wirkung angesehen werden.

Freilich ist auch hier eventuell ein gewisser Unterschied hinsichtlich der Richtung der Verknüpfung nicht zu verkennen — und das kommt schon zur Geltung, wenn es sich um irreversible Vorgänge handelt, und in Sonderheit dann, wenn in den Gleichungen die Zeit als unabhängige variable Grösse zu betrachten ist. Bei den fundamentalen thermodynamischen Gleichungen z. B., den bestbegründetsten der Physik, hat der Umstand aber keine Bedeutung. Auch sonst tritt dieser mögliche Gegensatz zumeist nicht schärfer hervor, und überdies ist er stets begrenzter Natur, ebenso wie die Verknüpfung selbst.

In vielfacher Hinsicht lässt sich freilich der Begriff des Naturgesetzes auch als Abart und Fortentwickelung des Causalitätsprincips auffassen, und thatsächlich werden ja auch beide in der Litteratur vielfach mit einander verwechselt.

Die Beschränkung aber, welche der Begriff Naturgesetz hinsichtlich der Verknüpfung von Ursache und Wirkung zeigt, ist von principieller Bedeutung, denn dadurch wird verhindert, dass man im Verlauf der Forschung unvermuthet über die Grenze des Erkennbaren hinaus geführt wird. Dementsprechend die grosse Fruchtbarkeit des Begriffes

Naturgesetz, und mit ihm begnügt man sich im Wesentlichen auf die Frage: Wie geschieht etwas?

Bei Anwendung des eigentlichen Causalitätsbegriffs liegt dagegen immer die Gefahr einer Grenzüberschreitung vor, daher seine relative Unfruchtbarkeit und ebenso diejenige der Frage: Warum geschieht etwas? Denn letztere dürfte eben in der gleichen Weise den Causalitätsbegriff characterisiren, wie die Frage Wie? den Begriff Naturgesetz.

Im Uebrigen erfährt auch das Causalitätsprincip durch eine consequente Scheidung des subjectiven und objectiven Antheils der Grössen eine gewisse Auflösung. Sowohl die Ursache als die Wirkung zerfällt dann in einen subjectiven und einen objectiven Antheil; und dementsprechend müsste man unterscheiden zwischen einer Verknüpfung der objectiven Antheile und einer parallel gehenden Verknüpfung der subjectiven Antheile. Nur die erstere wird durch die abstracten Naturgesetze dargestellt; die letztere dürfte dagegen als durch die immanenten Denkgesetze gegeben zu betrachten sein. Ausserdem bleibt dann aber noch das Verhältniss des objectiven Antheils der Grössenwelt zu den Dingen an sich in Betracht zu ziehen, und zwar sowohl bei der Ursache als bei der Wirkung. Es ist also schliesslich auch nicht gerade wunderbar, wenn es nicht gelingen wollte, den Begriffen Ursache und Wirkung einen eindeutigen Inhalt abzugewinnen.

Begnügt man sich aber mit dem Begriff des Naturgesetzes, dann leistet die exacte Wissenschaft wohl Verzicht auf die Erkenntniss der Dinge selbst. Das objectiv, d. i. unabhängig von unseren Sinnen und dem Denkvermögen Existirende gilt dann als das Unerkennbare, und für die Forschung handelt es sich nur darum, die Manifestationen derselben in möglichst widerspruchsfreien und leicht verständlichen Grössen oder Begriffen zu beschreiben. Und von diesem Standpunkt aus ist den sogenannten Urgrössenarten zwar sehr wohl eine objective Bedeutung beizulegen, aber keine derselben ist mit dem objectiv Existirenden selbst direct zu identificiren.

III. Kapitel.

Die Zeit.

1. Die Zeit ist für die strenge exacte Naturforschung eine schlechthin gegebene Grösse, und ihr objectiver Denkinhalt wird eindeutig festgelegt durch die widerspruchsfreien Methoden der Messung, deren Genauigkeit sich unbegrenzt steigern lässt. Auf Grundlage dieser Methoden, welche im Wesentlichen auf der Bewegung von Körpern basiren, muss die Zeit angesehen werden als eine continuirliche und homogene Grösse, und diese Geistesgewöhnung ist im Allgemeinen schon seit Aristoteles Zeiten üblich gewesen. Bis dahin war freilich auch die Meinung verbreitet, dass die Zeit diskreter Natur sei und sich aus einer endlichen Anzahl von Momenten zusammensetze. Diesem Standpunkte entspricht z. B. die bekannte „Achilles"-Schlussfolge eines Zeno von Elea, nach dem ein Gegenstand, der sich langsam bewegt, von einem sich schneller bewegenden nicht eingeholt werden kann, wenn der erstere einen Vorsprung hat. Bei einer solchen Auffassung lässt sich aber der Bewegungsbegriff, wie ihn die Methoden der Zeitmessung bedingen nicht widerspruchsfrei gestalten. Hierzu wird es vielmehr erforderlich, dass man die Zeit ebenso wie den Raum als ohne Grenzen theilbar ansieht, d. i. als continuirliche Grösse betrachtet.

Der subjectiven Bedeutung nach lässt sich die Zeit — wie schon erörtert [1]) — am besten characterisiren als

[1]) vergl. K. II, p. 7.

eine Combinationsform unserer Sinneseindrücke. Jeder gegenwärtige Vorgang unseres Bewusstseins trifft zusammen mit Erinnerungsbildern vergangener Vorgänge, wird mit ihnen verglichen und zu ihnen in eine Beziehung, in ein Verhältniss gebracht, welches die Anschauungsform der Zeit ausmacht. Eine Ausnahme erscheint nicht möglich, die Vergleichung, die Einordnung in die Zeitfolge wird unabweislich, und wenn unser Gedächtniss vollkommen wäre, so würden wir hiernach befähigt sein, alle zum Bewusstsein gelangten Ereignisse in eine bestimmte Reihenfolge einzuordnen.

Als Urordnung dieser Zeitfolge haben wir nun früher die Reihe der Ordnungszahlen kennen gelernt. Sie ist unserem Gedächtniss viel fester eingeprägt als jede andere Reihe; wir brauchen sie desshalb auch vorzugsweise, um durch Anknüpfung an sie die Erinnerung an andere Reihenfolgen in unserem Gedächtniss festzulegen, und diese Verknüpfung lässt sich um so vollständiger gestalten, als ein Vorwärts- und Rückwärtsschreiten in der Zahlenreihe ebenso verschieden ist wie in der Zeit. Da nun ferner jegliches Zählen, d. h. das bewusste Fortschreiten in der natürlichen Zahlenreihe, unabweislich Zeit erfordert, und zwar desto mehr, je weiter ich zähle, so lässt sich das Zählen auch geradezu als ein Messen der Zeit hinstellen. Und thatsächlich wird ja da, wo es sich um rohe Zeitbestimmungen handelt, diese Methode auch vielfach benutzt. Gleichzeitig erhält aber dadurch der Denkinhalt eine Erweiterung, er umfasst nun nicht mehr allein die Zeitfolge, sondern ebenso die Zeitdauer.

Eine derartige Abmessung der Zeit ist aber etwas rein Subjectives und einzig bedingt durch die Anzahl der Sinneseindrücke oder Bewusstseinsvorgänge; ob die von ihnen dargestellten Zeitelemente auch objectiv gleich sind, kommt nicht in Betracht. Ein gleichförmiges homogenes Zeitmaass lässt sich eben durch subjective Messungsmethoden nicht erreichen. Anders werden dagegen die Verhältnisse, wenn wir gleiche Zeitelemente zählen; dann gelangen wir

zur objectiven Zeit, welche die Veränderungen der Dinge regelt und sozusagen den gleichmässigen Abfluss jeglichen Weltlebens darstellt. Die Entscheidung aber, ob zwei Zeitelemente objectiv — physisch — gleich sind, ist natürlich eine Aufgabe der Messung wie jede andere; sie lässt sich nur auf Grundlage der Erfahrung gewinnen, und das letzte Kriterium ist hier ebenso wie überall in den besprochenen Axiomen der Arithmetik enthalten. Zwei Zeitelemente werden dann für objectiv gleich erachtet, wenn sie einer dritten gleich sind und durch ihre Vertauschung oder verschiedene Association etc. das Resultat der Messung nicht geändert wird.

2. Zur Charakterisirung der Zeitelemente benutzt man im Allgemeinen gern die Bewegung eines Gegenstandes, so z. B. die Schwingung eines Pendels, einer Unruhe, einer Stimmgabel oder die Drehung eines Körpers um seine Achse. Ebenso gut würden sich aber auch andere eindeutig begrenzte Vorgänge eignen, z. B. chemische Reactionen, denen eine Bewegung augenscheinlich nicht zu Grunde liegt [1]).

Als allgemein übliche Zeiteinheit gilt bekanntlich die Sekunde; sie wird durch die Drehung unserer Erde bestimmt und ist dadurch gegeben, dass 86 400 dieser Einheiten einen sogenannten mittleren Sonnentag ausmachen. Man unterscheidet nämlich in der Wissenschaft zwischen wahren und mittleren Sonnentagen. Unter einem wahren Sonnentag wird derjenige Zeitraum verstanden, welcher durch zwei auf einander folgenden höchsten Stellungen oder Kulminationen der Sonne begrenzt wird, und dieser Zeitraum ist im Sommer etwas länger als im Winter, und zwar hauptsächlich desshalb, weil die Erde sich im Winter, wenn sie der Sonne am nächsten ist, schneller bewegt, und überdies die Erdbahn gegen die Ebene des Aequators um 23½ Grad geneigt ist. Freilich beträgt der Unterschied des kürzesten und des längsten wahren Sonnentages

---

[1]) vergl. Landolt, Ber. der Berliner Akademie. 1895, p. 249.

nicht einmal eine ganze Minute, aber dennoch ist er gross genug — zumal er sich anhäufen kann — um bei genauen Zeitmessungen zu stören. Um zu einem homogenen, gleichmässigen Zeitmaass zu gelangen, hat man desshalb einen idealen „mittleren“ Sonnentag construirt, welcher einer gleichmässigen Bewegung der Sonne in der Ebene des Aequators entsprechen würde; und dieser mittlere Sonnentag bildet die Grundlage der gebräuchlichen wissenschaftlichen Zeitmessung, wie sie von unseren Uhren angegeben wird. Die mit Hülfe derselben bestimmte Zeit bezeichnet man als die mittlere Sonnenzeit; sie ist verschieden von der sogenannten wahren Sonnenzeit, welcher der wahre Sonnentag zu Grunde liegt, und die Differenz dieser Zeiten, welche man als die Zeitgleichung bezeichnet, verändert sich mit der Jahreszeit. Zweimal im Jahre erreicht sie ein Maximum, nämlich um den 11. Februar, wenn der wahre Mittag 14½ Minuten später fällt als der mittlere, und um den Anfang November, wenn der wahre Mittag sich 16¼ Minuten früher einstellt als der mittlere.

Um von dieser störenden Differenz der wahren und mittleren Sonnenzeit befreit zu sein, rechnen die Astronomen auch vielfach nach der sogenannten Sternzeit.

Die Grundlagen derselben bildet der Sterntag oder die Zeit, während welcher sich die ganze Himmelskugel scheinbar einmal um ihre Axe dreht. Der Sterntag ist 3 Minuten 55½ Sekunden kürzer als der mittlere Sonnentag, oder das Jahr zählt einen Sonnentag weniger als es Sterntage zählt. Durch die fortschreitende Bewegung der Erde um die Sonne wird es eben bedingt, dass die letztere scheinbar täglich 59 Minuten gegenüber den Fixsternen nach Osten fortrückt.

Für den Gebrauch des täglichen Lebens ist somit die Sternzeit nicht geeignet, da der Anfang eines Tages (Mittag) im Laufe eines Jahres alle Tageszeiten durchlaufen würde.

Eine andere Frage bleibt es aber, ob das hiernach angenommene Zeitmaass auch als genügend constant gelten darf. Im Wesentlichen hängt diese Frage wohl mit der-

jenigen nach der Stabilität des Sonnensystems zusammen, und dafür existiren bekanntlich schon seit Lagrange und Poisson mancherlei Beweise; aber schliesslich laufen sie doch alle auf Annäherungen hinaus, sie zeigen eben nur, dass bestimmte Elemente, welche die Bahnen der Himmelskörper anfänglich sehr schnell variiren liessen, jetzt nur noch verschwindende Veränderungen erzeugen können. Ueberdies ziehen sie zum Beweise zumeist nur das Newton'sche Gesetz heran. Berücksichtigt man dagegen den Austausch aller Energieformen, dann muss man zur Ansicht gelangen, dass unser Sonnensystem doch nicht ganz stabil sein kann.[1]) Als ein Hauptfactor kommen hierbei zunächst die Gezeiten in Betracht, und Delaunay hat z. B. daraus die Aenderung des Sternentages auf etwa eine Sekunde in hunderttausend Jahren berechnet. Dies ist aber eine so geringe Grösse, dass sie gegenüber der Genauigkeit unserer heutigen Zeitbestimmungen im Allgemeinen gänzlich verschwindet, und selbst wenn noch andere gleichwerthige Factoren wie die Gezeiten existiren sollten, würden also hiernach Bedenken gegen das heutige Zeitmaass noch nicht berechtigt sein.

3. Vom erkenntnisstheoretischen Standpunkte kommen hinsichtlich der Zeit im Wesentlichen zwei verschiedene Auffassungen in Betracht.

Nach der ersteren, die auf Kant zurückzuführen ist, gilt die Zeit lediglich als eine rein subjective Denk- oder Anschauungsform unseres Geistes, welche als a priori gegeben zu betrachten ist, und der irgend eine objective Unterlage nicht zukommt. In der Naturwissenschaft ist diese Auffassung namentlich in Deutschland zwar vielfach verbreitet gewesen, indessen bei den Vertretern der experimentellen Forschung war sie wohl nie populär.

In der Mathematik entspricht diesem Standpunkt die sogenannte formale Richtung in der Arithmetik, nach welcher die Zahl als ein blosses Geistesproduct angesehen wird

1) H. Poincaré, Naturwissensch. Rundschau. 1898, p. 413.

und dementsprechend den Lehren der Algebra absolute Gewissheit zukommt.

Nach der zweiten Auffassung von der Zeit kommt ihr nicht allein eine subjective, sondern ebenso auch eine objective Bedeutung zu. Freilich ist es ja unmöglich, die Zeit als ein Ding, als etwas Objectives zu begreifen, das rührt aber eben daher, dass ein Ding nur dann vorgestellt werden kann, wenn es begrenzt ist und mit sogenannten Attributen behaftet erscheint. Was nicht weiter unterschieden, zerlegt, bedingt oder begrenzt werden kann, d. i. das absolut Einfache ist unserer Denkthätigkeit nicht zugänglich, denn diese besteht ja einzig in derartigen Operationen.

In der Mathematik führt diese Auffassung zu einer Ansicht, nach welcher die Zahl nicht bloss ein reines Geistesproduct ist, sondern als eine Abstraction von natürlichen objectiven Verhältnissen zu gelten hat. Zwischen beiden Auffassungen giebt es indessen auch mancherlei Uebergänge. In der Naturwissenschaft ist diese zweite Auffassung wohl seit Newton zumeist vorherrschend gewesen, und in neuerer Zeit ist sie besonders durch Maxwell[1]) zu weiterer Entwickelung geführt worden.

Von Newton wurde die absolute, wahre, objective oder mathematische Zeit noch als gleichmässig abfliessend betrachtet, und zwar unabhängig von der Bewegung und Geschwindigkeit der materiellen Welt. Sie findet sich desshalb auch als Zeitdauer bezeichnet. Die relative, scheinbare oder gewöhnliche Zeit ist dagegen die Zeitdauer, wie sie durch die Bewegung der Körper in Tagen, Monaten und Jahren gemessen wird.

Insofern es aber nicht möglich ist, einen Zeitabschnitt von einem andern zu unterscheiden — es sei denn durch die Vorgänge, welche sich in ihm ereignen — so können wir die Zeit eines Ereignisses immer nur in Bezug auf ein anderes Ereigniss, also relativ, bestimmen.

---

[1]) Matter and motion. London 1882. p. 19.

Von einer Erforschung der absoluten Zeit darf hiernach nicht die Rede sein, eben weil es kein Mittel giebt, sie zu erkennen und zu bestimmen. Nur Relatives, d. i. nur Erkennbares, darf Gegenstand der Debatte und Forschung sein. Die Zeit wird demgemäss ebenso wie der Raum als eine vollkommen homogene Grösse angesehen, und von diesem Standpunkt aus formulirt Maxwell als Hauptgrundgesetz der Physik den folgenden Satz: „Der Unterschied zwischen zwei Ereignissen hängt nicht ab von dem reinen Unterschied der Zeiten oder Orte, in denen oder an denen sie stattfinden, sondern nur von Unterschieden in dem Wesen der Configuration oder der Bewegung der betroffenen Körper".

Zur weiteren Klarstellung dieser Auffassung wird daraus dann noch gefolgert, dass, wenn ein Ereigniss zu einer bestimmten Zeit und an einem bestimmten Ort stattgefunden hat, es immer möglich ist, dass ein ganz gleiches Ereigniss zu anderer Zeit und an anderem Orte vor sich gehen kann.

Immerhin aber könnte hiernach noch die Frage aufgeworfen werden, ob die Homogenität der Zeit nicht doch nur als eine mehr oder minder willkürliche Hypothese hinzunehmen sei, denn denkbar mag es ja sein, dass die Zeit nicht homogen wäre. Zur unbedingten Entscheidung ist aber wohl ein sogenanntes absolutes Zeitmaas erforderlich, und was Maxwell[1]) in dieser Hinsicht in Bezug auf den Raum sagt, gilt auch in Bezug auf die Zeit, und vielleicht in noch höherem Grade: „Jeder, der es versucht, sich den Geisteszustand vorzustellen, indem er sich der Kenntniss der absoluten Lage eines Punktes bewusst ist, wird später immer mit der relativen Kenntniss zufrieden sein".

[1]) Matter and motion, p. 20.

IV. Kapitel.

Der Raum.

1. Der Raum ist, wie alle Urgrössenarten, für die exacte Naturforschung eine schlechthin gegebene Grösse, deren objectiver Denkinhalt durch die Methoden der Messung eindeutig festgestellt wird. Seiner subjectiven Bedeutung nach lässt er sich — ebenso wie die Zeit — am besten characterisiren als eine Combinations- oder Anschauungsform unserer Sinneseindrücke. In dieser Hinsicht sind beide einzig in ihrer Art, andere anschauliche Combinationen als „nacheinander“ und „nebeneinander“ sind unserem Geiste nicht gegeben.

Die Wissenschaft vom Raum ist die Geometrie; sie betrachtet den Raum als eine gegebene Anschauung und sucht daraus alle Beziehungen und Gesetze aufzufinden, welche sich als widerspruchsfrei darstellen oder welche sich, wie der übliche Ausdruck lautet, beweisen lassen. Bei der Lösung dieser Aufgabe hat sich nun gezeigt, dass gewisse Beziehungen, welche allgemein als richtig anerkannt werden, nicht beweisbar sind. Dahin gehören die sogenannten Axiome, welche im Wesentlichen die folgenden sind:

Ein Punkt ist untheilbar und ausdehnungslos. Durch die Bewegung eines Punktes entsteht eine Linie; eine Linie hat eine Dimension, und die Grenze einer Linie ist ein Punkt.

Durch die Bewegung einer Linie entsteht entweder wiederum eine Linie oder eine Fläche. Eine Fläche hat zwei

Dimensionen (Länge und Breite), und die Grenze einer Fläche ist eine Linie.

Durch die Bewegung einer Fläche entsteht entweder eine Fläche oder ein Körper. Ein Körper hat drei Dimensionen, und die Grenze eines Körpers ist eine Fläche.

Durch die Bewegung eines Körpers entsteht stets wiederum ein Körper. Der Raum hat ebenso wie ein Körper drei Dimensionen.

Ferner gehören zu den Axiomen die drei folgenden Sätze:

1. Nennt man die kürzeste Linie zwischen zwei Punkten eine Gerade, so ist zwischen zwei Punkten nur eine Gerade möglich.
2. Je drei Punkte des Raumes, welche nicht in einer Geraden liegen, bestimmen eine Ebene vollständig, und die Verbindungslinien zwischen diesen Punkten liegen vollständig in jener Ebene.
3. Durch einen Punkt ausserhalb einer Geraden lässt sich nur eine einzige Parallele ziehen.

Für das letzte Axiom existiren freilich mancherlei Beweise, sie werden indess nicht mehr als bindend angesehen.

Es tritt also die Frage auf: Welches ist der Ursprung dieser Sätze? Lassen sie sich nicht doch beweisen, wie die Axiome der Arithmetik? Nun, die Lösung dieser Fragen stösst, wie v. Helmholtz [1]) zeigte, nur so lange auf Schwierigkeiten, als man die Messungsmethode Euklids befolgt. Diese besteht ja darin, dass man zum Nachweis der Congruenz von Linien, Flächen und Körpern die Gebilde zu einander hinbewegt oder doch hinbewegt denkt, und versucht, ob sie sich decken. Die Methode setzt also voraus, dass die festen Raumgebilde zunächst frei beweglich sind und sich sodann bei der Bewegung nicht ändern; sie zieht aber die Zulässigkeit dieser Voraussetzung gar nicht in Betracht, und eben erst eine Er-

[1]) v. Helmholtz, Ueber die Axiome der Geometrie. Vorträge und Reden, Braunschweig 1884.

örterung über die Zulässigkeit dieser Annahme kann hier auf die Herkunft der Axiome Licht werfen.

Die Schwierigkeiten aber, welche die Methode Euklids für die Erörterung dieser Frage mit sich bringt, lassen sich umgehen, wenn man die analytische Methode befolgt, wie sie in der analytischen Geometrie üblich ist. In Befolgung dieser Methode hat sich dann gezeigt, dass auch eine Geometrie als Wissenschaft möglich ist, welche von den Euklidischen Axiomen absieht. Man hat dergleichen Disciplinen sogar ausgearbeitet; so ist z. B. von Lobatschewsky schon 1829 eine Geometrie entwickelt worden, welche von dem Axiom der Parallelen absieht, und trotzdem ist sie genau so widerspruchsfrei und exact, wie die Euklidische Geometrie. Ebenso lässt sich eine Geometrie für einen Raum von vier oder fünf Dimensionen aufstellen, und zum Theil ist dies auch wirklich geschehen. Darnach bleibt aber wohl nur die Annahme übrig, dass jene Axiome, d. i. die Grundlagen der gewöhnlichen oder Euklidischen Geometrie aus der Erfahrung stammen, und Erfahrungsthatsachen sind unbeweisbar; sie sind so lange gültig, als sie nicht mit anderen Ergebnissen der Erfahrung in Widerspruch gerathen. Den Lehren der Geometrie kann sonach nicht die gleiche Gewissheit zuerkannt werden, wie den Ergebnissen der reinen Zahlenlehre. Jene hat es nur mit dem rein subjectiven Begriff der Zahl zu thun, und dementsprechend liessen sich ihre Axiome auch beweisen. Dem Raume kommt aber — ebenso wie der Zeit — auch unabhängig von unserm Geiste eine objective Bedeutung zu, und dieser darf man von vornherein keine Gesetze vorschreiben.

2. Während aber die Zeit noch eine einfache — eine eindimensionale — Grösse darstellt, hat man es bei dem Raume schon mit einer sogenannten dreifachen Mannigfaltigkeit zu thun, und dementsprechend muss sich natürlich auch die Characterisirung desselben schon complicirter gestalten. Im Allgemeinen wird sie gegeben durch die oben angeführten Axiome der Geometrie; sie bestimmen

die objective Natur des Raumes, d. h. des Raumes, in dem wir leben bezw. der dem objectiv Existirenden zu eigen ist. Insofern derselbe aber eine ausgedehnte Grösse oder mehrfache Mannigfaltigkeit darstellt, kann man an demselben einfachere Grössen unterscheiden und dieselben zu seiner Ausmessung und Bestimmung verwenden. Die einfachste räumliche Grösse, welche einer Messung fähig ist, wird durch den Abstand zweier Punkte gegeben. Es ist das eine Grössenart, welche von derjenigen der Geraden oder richtiger der Strecke schon wesentlich verschieden ist. Durch den Abstand der Endpunkte einer Strecke (Geraden) ist die Länge derselben eindeutig bestimmt, dagegen trifft dies nicht zu, wenn durch jene Punkte eine krumme Linie gelegt ist.

Wichtiger ist dagegen ein anderer Unterschied. Einer Geraden kommt ausser einer bestimmten Länge auch noch eine bestimmte Richtung zu, und die Gerade wird damit zum Urtypus einer neuen Klasse von Grössen, welche allgemein dadurch ausgezeichnet sind, dass zu ihrer eindeutigen Festlegung ausser einem bestimmten Zahlenwerth auch noch ein weiteres Bestimmungselement, eine Richtung, hinzukommt. Man bezeichnet derartige Grössenarten wohl als Vectoren, während diejenigen, welche, abgesehen von der Einheit, allein durch eine Zahl characterisirt sind, Skalaren genannt werden. Die Vectorgrössen lassen sich aber allgemein auf Skalaren zurückführen; sie sind nämlich dadurch ausgezeichnet, dass sie sich in mehrere einfache Grössen oder Componenten von fester eindeutiger Richtung (zwei in der Ebene, drei im Raume) zerlegen lassen. Und thut man dieses, so kann man mit ihnen operiren und rechnen, wie mit gewöhnlichen Grössen oder Skalaren. Die Zurückführung complicirter Grössenarten auf verschiedene einfachere, und umgekehrt die Ableitung zusammengesetzter Grössen aus einfachen wird in der Mathematik ja vielfach bewirkt; sie bildet daher das Vorbild bei der Lösung der in der exacten Naturwissenschaft vorliegenden ähnlichen Aufgabe.

Aus der Grössenart der Geraden oder Strecke leitet die Geometrie in bekannter einfacher Weise durch Quadrirung, Cubicirung die Grössenarten der Fläche und des Volumens her. Die Ausmessung und Bestimmung des Raumes lässt sich also schlechthin auf die Grössenart der Länge zurückführen.

2. Als Maasseinheit der Länge gilt bekanntlich in den meisten Culturstaaten das Meter. Dasselbe sollte bei seiner Einführung in Frankreich gegen Ende des vorigen Jahrhunderts genau den zehnmillionsten Theil des Erdquadranten darstellen. Nach den vorliegenden genauesten Berechnungen trifft das aber natürlich nicht vollkommen zu. Eine Veränderung der Maasseinheit hat indessen seither nicht stattgefunden — es müsste schliesslich zu einer fortwährenden Abänderung derselben führen, denn die Zukunft wird jedenfalls noch genauere Daten über das Verhältniss liefern. Als wirkliche Maasseinheit des Raumes gilt desshalb der seiner Zeit in Frankreich hergestellte Stab von Platin, und mit diesem sind die Normale der übrigen Culturstaaten verglichen worden.

Die Absicht, welche bei der Aufstellung des neuen Maasssystems leitend war, nämlich ein sogenanntes Naturmaass zu finden, welches sich jederzeit nach Verlust des Urnormals aus der Natur wieder ableiten lässt, ist also in letzter Instanz nicht verwirklicht worden. Einzelne Forscher sind desshalb mit neuen Vorschlägen zur Herstellung eines Naturmaasses hervorgetreten. So wurde besonders die Wellenlänge des Natriumlichtes im Vacuum empfohlen, indessen von den Fehlerquellen der Messung würde natürlich auch diese Einheit in der gleichen Weise abhängig sein, wie das Meter.

3. Vom erkenntnisstheoretischen Standpunkte existiren in Bezug auf den Raum — ebenso wie hinsichtlich der Zeit — im Wesentlichen zwei verschiedene Auffassungen.

Nach der einen, der Kant'schen Ansicht, ist der Raum eine a priori gegebene nothwendige Erkenntniss- oder Anschauungsform des menschlichen Geistes, nach welcher

derselbe mit unbewusster Nothwendigkeit die empfangenen Sinneseindrücke zu gegenständlicher Anschauung verarbeitet. Irgend eine reale Bedeutung darf dem Raum hiernach nicht zukommen, jegliche Natur des Objectiven wird ihm völlig abgesprochen. Ihre Entstehung verdankt diese Ansicht hauptsächlich den Bemühungen, die angeblich unbedingte Gewissheit der geometrischen Lehren zu erklären, und in diesem Umstande ist auch wohl der Grund dafür zu suchen, dass derselben früher von mathematischer Seite vielfach zugestimmt wurde. In der ursprünglichen Kant'schen Form aber dürfte die Ansicht auch von den Mathematikern kaum noch irgendwo vertreten werden; von der exacten Naturforschung ist sie dagegen nur wenig beachtet worden.

Nach der zweiten Auffassung, welche sich bis auf Newton zurückführen lässt, ist der Raum dagegen ein Naturobject, und von diesem Standpunkt aus kann zwischen den Lehren der Geometrie und denen der mathematischen Physik auch kein principieller Unterschied bestehen, denn die unbedingte Gewissheit der sogenannten geometrischen Axiome wird ja nicht anerkannt. Bei beiden Ansichten giebt es indessen mancherlei Abarten, welche zum Theil auch eine Vermittelung der Gegensätze anstreben. Diejenigen Forscher, welche an der Möglichkeit einer Erkenntniss a priori festhalten oder doch den Raum als a priori gegeben betrachten, und dennoch eine gewisse objective Bedeutung derselben nicht gänzlich ableugnen wollen, haben sich wohl in der Weise zu helfen gesucht, dass sie — sozusagen willkürlich — eine gewisse Art des Zusammenhangs respective der Wechselwirkung, die möglichst unbestimmt gelassen wird, zwischen dem Kant'schen „Ding an sich" und dem Subject annehmen, und zwar von der Art, dass dadurch eine gewisse Uebereinstimmung oder Aehnlichkeit zwischen der Natur unserer Sinne einerseits und der Natur der Dinge andererseits zu Stande kommt.

Von diesem Standpunkt aus, der aber von dem

Kant'schen schon ganz wesentlich verschieden ist, ist auch v. Helmholtz in dem citirten Vortrage der Erörterung des Raumbegriffs näher getreten.

Bei dieser Auffassung verzichtet man darauf, der Erscheinungswelt a priori Gesetze vorzuschreiben, welchen man unbedingte Gültigkeit beimisst oder die als nothwendige Voraussetzungen der Möglichkeit der Erfahrung hingestellt werden. Die Erfahrung tritt dann überall und unbeschränkt in ihr unveräusserliches Recht, und ihr verbleibt in letzter Instanz stets und ohne Ausnahme die Entscheidung über die Richtigkeit und Zulässigkeit eines Satzes, mag es sich nun um Hypothesen oder Theorien oder um bewiesene Lehrsätze oder sogenannte Axiome handeln.

Mit diesem Vermittelungsstandpunkte vermag die exacte Naturwissenschaft auszukommen; er verstösst in keiner Weise gegen die Principien ihrer Forschungsmethode. Abgesehen von den Mathematikern aber dürfte unter den Naturforschern im Grossen und Ganzen immer die Newton'sche Auffassung bevorzugt gewesen sein, nach welcher der Raum schlechthin als ein gewöhnliches Naturobject zu gelten hat. In neuerer Zeit ist diese Ansicht besonders von Faraday und Maxwell vertreten und weiter ausgebildet worden.

Faraday, der völlig unbefangen allen physikalischen und philosophischen Dogmen und Schulmeinungen gegenüber stand, wurde zu seinen Ansichten über den Raum im Wesentlichen durch sein Operiren mit den sogenannten electrischen und magnetischen Kraftlinien geführt. Diese Kraftlinien sind ja continuirliche Gebilde; die electrischen und magnetischen Einwirkungen machen sich im Raume lückenlos geltend, und dementsprechend müssen auch die Kraftlinien den Raum stetig erfüllen. So gelangte Faraday allmählich zunächst zu der Annahme einer physischen Existenz der Kraftlinien und sodann zur Vorstellung eines materiellen continuirlichen Raumes, der zugleich die Quelle aller Kraftäusserungen darstellt. Dem Raume Faraday's entspricht also genau das, was man sonst in der Physik

als Weltäther bezeichnet, und von seinem Standpunkt sind beide auch wirklich identisch. Auch Maxwell[1]) folgt im Wesentlichen dieser Auffassung. Der Raum ist für ihn — ebenso wie die Zeit — eine objective, vollkommen homogene Grösse. „Ein Theil des Raumes ist genau gleich jedem andern Theil, so dass wir nicht wissen, wo wir sind". Von einem absoluten Ort kann deshalb auch ebensowenig die Rede sein, als von einer absoluten Zeit — wir haben eben kein Mittel, einen absoluten Ort zu erkennen und zu bestimmen, und würden uns eventuell mit einer Frage befassen, die klar über die Grenzen des Erkenntnissvermögens hinausgeht.

[1]) vgl. p. 49.

V. Kapitel.

Die Masse.

1. Die Masse wird gewöhnlich zu den sogenannten Urgrössenarten gerechnet, und dann muss sie eben so wie Zeit und Raum als schlechthin gegeben betrachtet werden. Den objectiven Denkinhalt erhält sie im Uebrigen, wie alle andern Grössen, durch die Methode des Messens, und der exacten Forschung genügt es dann, dass dieser in Bezug auf Genauigkeit keinerlei Grenzen gesetzt sind. In der heutigen Chemie wird freilich die Masse zumeist als das objectiv Existirende betrachtet, indessen hat man hierin wohl nur eine Art Geistesgewöhnung zu erblicken, welche überdies nicht älter ist als ein Jahrhundert. Sie wurde erst allgemein, nachdem es den Bemühungen eines Lavoisier gelungen war, das sogenannte Gesetz von der Erhaltung des Stoffes aufzufinden. Diesem gemäss bleibt die Masse oder das mit der Wage Messbare bei allen physikalischen und chemischen Vorgängen unveränderlich und constant. Eine Nothwendigkeit, dieses Unveränderliche direct mit dem objectiv Existirenden zu identificiren, d. i. als Materie, Substanz oder Stoff aufzufassen, lag und liegt auch heute nicht vor. Was als objectiv existirend zu gelten hat, bleibt in letzter Instanz, soweit man es nicht als unerkennbar ansieht, immer Sache des Uebereinkommens und der Definition. Besser ist es demnach wohl, wenn man die Masse schlechthin nur als eine durch das obige Gesetz besonders ausgezeichnete Grössenart des objectiv Existirenden betrachtet.

Insofern aber das Characteristische der Existenz oder des Seins in der unbegrenzten Fortdauer besteht, ist die Identificirung freilich unmittelbar nahe gelegt. Dass sie andrerseits auch zu bedenklichen Consequenzen führt, dürfte sich gelegentlich auch herausstellen. Zu dem kommt, dass die Forschung noch eine zweite Grössenart kennen gelehrt hat, welche in der gleichen Weise durch ihre Unveränderlichkeit ausgezeichnet ist. Die Masse ist also nach dieser Richtung auch nicht einzig in ihrer Art.

Soweit demnach in der nachfolgenden Darstellung die Masse mit dem objectiv Existirenden identificirt erscheint, mag diese Annahme als eine Hypothese gelten, und als solche hat sie gewiss, zumal in der Specialforschung, ihre grossen Vorzüge und volle Berechtigung.

Was nun die Methode der Messung, die Wägung anbetrifft, so gilt als Einheit dieser Masse oder Materie bekanntlich das Kilogramm, und als Urnormal des dadurch gegebenen Maasssystems dient das seiner Zeit im Jahre 1799 hergerichtete Stück Platin. Dasselbe besitzt annähernd die gleiche Masse wie 1 Cubikdecimeter Wasser von grösster Dichte, so dass bei allen gewöhnlichen Massenbestimmungen auch 1 Cubikdecimeter Wasser als Einheit benutzt werden kann. Handelt es sich aber um wirklich genaue Messungen, so muss auf das Urkilogramm, jenes Stück Platin, zurückgegangen werden, und alle Normalkilogramme der verschiedenen Staaten sind durch Vergleichen mit jenem Urnormal hergestellt worden.

Der Grund für dieses scheinbar überflüssige Verfahren liegt in dem Umstande, dass Massenbestimmungen mit weit grösserer Genauigkeit durchgeführt werden können, als Volumbestimmungen. Wählt man aber 1 Cubikdecimeter Wasser als Einheit, so schliesst jede Massenbestimmung eine Volumbestimmung in sich, und somit würde eventuell in jede Massenbestimmung eine leicht vermeidbare Unsicherheit hineinkommen.

Von der Masse ist aber scharf zu unterscheiden das Gewicht eines Körpers. Mit der Waage (abgesehen von

der Federwaage) werden nicht Gewichte, sondern Massen bestimmt, und die Masse eines Kilos ist überall gleich, das Gewicht eines Kilos verändert sich dagegen mit der Breite bezw. mit der Entfernung vom Mittelpunkt der Erde. Die Grössenart des Gewichts kommt eben einem Körper nicht aus sich selbst, sondern erst vermöge der Existenz eines zweiten Körpers und in Sonderheit der Erde zu.

Soweit man die Masse mit dem objectiv Existirenden identificirt, werden derselben gewöhnlich eine Reihe von sogenannten allgemeinen Eigenschaften oder Grössenarten zugeschrieben. Dahin gehören ausser der Gravitation oder Schwere die Raumerfüllung, die Undurchdringlichkeit, die Porosität, die Theilbarkeit, die Adhäsion und die Cohäsion. Alle diese Eigenschaften werden mehr oder minder direct von unseren Sinnen geliefert und wollen natürlich schliesslich auf die Urgrössenarten zurückgeführt sein, wenn anders eine vollkommene Naturbeschreibung zu Stande kommen soll.

Von besonderer Wichtigkeit ist unter ihnen wohl die Theilbarkeit; sie behält ihre Bedeutung auch dann, wenn man die Masse nicht als eine Substanz, sondern einfach als eine Grössenart des Object-Existirenden ansieht, und jene Hypothesen, welche durch die räumliche Anordnung oder Structur das allgemeine Verhalten der Materie erklären, finden hier ihre vornehmsten Stützpunkte.

2. Im Allgemeinen sind in Hinsicht auf die Theilbarkeit zwei Auffassungen möglich: man kann dieselbe für begrenzt oder für unbegrenzt halten. Die erstere Annahme führt zur sogenannten atomistischen Hypothese, die zweite zu einer Theorie, welche die Materie als continuirlich, als den Raum stetig erfüllend, hinstellt. In letzter Instanz entsprechen diese beiden Theorien wohl nur den beiden möglichen und bereits unterschiedenen Arten von Grössen schlechthin, nämlich den continuirlichen Grössen einerseits und den discontinuirlichen Grössen andererseits. Welche von beiden Auffassungen den Vorzug verdient, lässt sich natürlich von vornherein nicht angeben. Um zu entscheiden, muss man zunächst darnach fragen, ob

sich in dem Gesammtverhalten der Materie irgend eine sprungweise Aenderung, Unstetigkeit oder Discontinuität geltend macht; denn ein solches Verhalten wäre von Seiten einer continuirlichen Materie nicht verständlich.

In der That existiren nun bekanntlich vier characteristische Naturgesetze, in denen eine solche Unstetigkeit der Materie zum Ausdruck kommt, während sonst freilich überall der alte Spruch: natura non facit saltus zu Recht besteht. Diese vier Gesetze sind:

1. Das Gesetz der constanten Proportionen: Verbindet sich ein Körper A mit einem Körper B zu einem Körper C, so stehen die Massen von A, B und C in einem unabänderlichen constanten Verhältniss (Richter 1798; Dalton 1804).
2. Das Gesetz der multiplen Proportionen: Verbindet sich ein Körper A mit einem Körper B in mehreren Verhältnissen, so stehen die Massen von B, welche sich mit der gleichen Masse von A vereinigen, untereinander in einfachem rationalem Verhältniss (Dalton 1807).
3. Das Gesetz der multiplen Volumina: Verbinden sich zwei Gase A und B zu einem dritten Gase C, so stehen die Volumina von A, B und C (gleicher Druck und gleiche Temperatur vorausgesetzt) untereinander in einfachem rationalem Verhältniss (Gay Lussac 1808).
4. Das Grundgesetz der Krystallographie oder das Gesetz von der Rationalität der Indices (Hauy. 1781).

Die drei ersten Gesetze bilden die Grundlage der sogenannten Stöchiometrie, und sie werden in neuerer Zeit zumeist allein zur Ableitung der Atomtheorie verwendet, aber auch das vierte Gesetz ist principiell von gleichem Werthe. Durch die sprungweise Aenderung in der gegenseitigen Neigung der Flächen und Kanten beim Aufbau eines Krystalls kommt die Discontinuität der Masse gleichfalls eindeutig zum Ausdruck, und darauf basirt denn auch

in letzter Instanz die Möglichkeit zur Bestimmung und Controle von Atomgewichten die Erscheinungen der Isomorphie heranzuziehen.

Am augenfälligsten sind die Unstetigkeiten der Masse aber doch durch die stöchiometrischen Gesetze characterisirt. Bei den chemischen Umsetzungen findet eben niemals ein allmählicher Uebergang statt; der auftretende Sprung ist jederzeit vorhanden, nicht etwa bloss am Ende des Vorgangs. Unterbricht man den Vorgang der chemischen Umsetzung, so lassen sich keinerlei Zwischenstufen auffinden; derjenige Theil des Körpers, welcher sich verändert hat, ist völlig umgewandelt, und der restirende Antheil ist völlig unverändert. Von Seiten einer continuirlichen Materie ist aber ein solches Verhalten zur Zeit wenigstens wohl gänzlich unverständlich, d. h. wir können jene Vorgänge unter dieser Annahme nicht exact beschreiben, ohne dass offenbare directe Widersprüche auftreten. Wie der physikalische Begriff der Bewegung Zeit und Raum als continuirliche Grössen characterisirt, so bedingt es der Begriff der chemischen Bewegung oder Umsetzung, die Masse als eine discontinuirliche Grösse aufzufassen.

Indessen die angeführten Gesetze gelten nicht allgemein für jeden Körper ohne Ausnahme, und dementsprechend wird durch sie auch eine besondere Art von Materie characterisirt, und das sind die sogenannten einheitlichen chemischen Körper, welche nicht allein hinsichtlich der durch jene Gesetze festgelegten Verhältnisse, sondern überhaupt schlechthin ein eindeutiges, gleichmässiges Verhalten aufweisen.

Unter diesen einheitlichen chemischen Substanzen zeichnet sich wiederum eine kleine Gruppe besonders aus, das sind die sogenannten chemischen Elemente. Sie sind dadurch eindeutig characterisirt, dass sie bei allen Veränderungen und Umwandlungen, bei allen sogenannten chemischen Reactionen stets an Masse gewinnen oder mindestens constant bleiben, dagegen niemals abnehmen.

Der Begriff eines chemischen Elementes, der nach diesem Verfahren allein durch die Grössenart der Masse festgelegt wird, ist also nicht der eines unzerlegbaren, sondern nur der eines unzerlegten einheitlichen chemischen Körpers. Ob ein Element die dem Namen nach vorausgesetzte absolute Einfachheit wirklich besitzt, muss demnach dahingestellt bleiben. Die Bedeutung eines exacten Begriffes ergiebt sich ja einzig und allein aus dem Messungsverfahren. Zur Zeit unterscheidet man allgemein einige 70 Elemente; eine genaue Zahl lässt sich nicht gut angeben, weil über einige der als Elemente hingestellten Körper die Ansichten wohl stets getheilt sein werden.

Aus diesen sogenannten Elementen sind alle übrigen einheitlichen chemischen Körper aufgebaut, und ebenso auch diejenige Materie, welche den obigen vier fundamentalen Gesetzen nicht gehorcht. Bei den letzteren handelt es sich indessen nur um veränderliche Mischungen, Lösungen oder Gemenge von einheitlichen chemischen Körpern, und dementsprechend gilt schliesslich die Atomtheorie auch ohne Ausnahme für die gesammte Materie, oder nach anderer Auffassung, die Masse ist ganz allgemein eine discontinuirliche Grösse.

Lässt man die Atomtheorie gelten, so gelangt man also dahin, zunächst einige 70 qualitativ verschiedene Atomarten zu unterscheiden, und insofern man die Masse mit dem objectiv Existirenden identificirt, müssen dann auch ebenso viel verschiedene objective Existenzen angenommen werden. Vom allgemeinsten Standpunkt der Forschung ist das aber eine unangenehme Consequenz; eine lückenlose [1]) Naturbeschreibung wird dann principiell zur Unmöglichkeit. Das Bestreben der Wissenschaft ist dementsprechend auch sozusagen schon mehr unbewusst darauf gerichtet, diese Lücken zunächst zu überbrücken und sodann auch womöglich in der Anschauung auszufüllen, und letzteres wird immer nur dadurch vollkommen zu

[1]) vgl. Kap. II, p. 23.

erreichen sein, dass man mit einer Grössenart der Masse bezw. einem einzigen Urelement auskommt, nicht aber, wenn man deren mehrere bestehen lässt.

Was nun diese Ueberbrückung der Lücken oder die Zurückführung der qualitativen Unterschiede der Elemente auf Quantitätsdifferenzen anbelangt, so erfolgt sie an der Hand der angeführten stöchiometrischen Gesetze durch Aufstellung der sogenannten Atomgewichtszahlen, welche freilich richtiger als Atommassen zu bezeichnen wären, denn mit der Grössenart des Gewichts haben sie nichts gemein. Bei dieser Arbeit fehlt es aber, so lange die Anzahl der Atome in dem Urkilogramm nicht festgelegt ist, an einem gegebenen Maass; um sie durchzuführen bezw. zu ermöglichen, muss die Atommasse eines bestimmten Elementes als Einheit hingestellt werden. Gebräuchlich ist in dieser Hinsicht die Wasserstoffeinheit; sie repräsentirt von allen Elementen die kleinste Masse.

Bei der Einführung der Atomhypothese in die Chemie kamen aber im Wesentlichen nur die beiden ersten der angeführten Gesetze in Betracht; sie allein können indessen zu einer widerspruchsfreien Festlegung der relativen Grösse der Atommassen nicht führen; man behält vielmehr immer die Wahl zwischen zwei oder drei Werthen, welche Vielfache von einander darstellen, und dementsprechend wurden die aufgefundenen Zahlen zumeist correcter Weise auch nur als Aequivalentgewichte bezeichnet. Um hier Eindeutigkeit zu erzielen, wird noch die Herbeiziehung des dritten Gesetzes erforderlich, welches sich speciell auf das Verhalten der im gasförmigen Zustande befindlichen Körper bezieht. Bei den Umwandlungen der Gase stehen dann zwei verschiedene Grössenarten in einem einfachen bezw. constanten rationalem Verhältniss, nämlich einerseits die Massen und andrerseits die Volumina; und daraus kann man rein logisch den Schluss ziehen, dass auch die Quotienten oder Doppelverhältnisse, d. h. die Massen in der Volumeinheit, oder die Dichten untereinander, in einem solchen Verhältnisse stehen. Legt man also die Atom-

hypothese zu Grunde, so ist damit gesagt, die Mengen der Atome in den Volumeinheiten verhalten sich rational. Das einfachste rationale Verhältniss wäre nun vorhanden, wenn die Anzahl der in der Volumeinheit vorhandenen Atome überall die gleiche wird, und das ist ja auch die Annahme, welche in der Wissenschaft allgemein üblich ist. Man bezeichnet sie nach ihrem ersten Urheber als die Avogadro'sche Hypothese, und mit Hilfe derselben kann man dann zu einer eindeutigen Feststellung der Atommassen (Atomgewichte) gelangen, freilich auch noch nicht ganz direct. Um eventuell auftretende Inconsequenzen zu vermeiden, muss man erst unterscheiden zwischen Molekül und Atom; das Molekül tritt also zunächst an Stelle des ursprünglichen Atoms. Das Molekül stellt dann schlechthin die Grenzen der mechanischen Theilbarkeit dar, und zwar sowohl bei den Elementen, wie bei den Verbindungen, und der Grösse nach sind die Moleküle auf Grund der Avogadro'schen Hypothese eindeutig festgelegt. — Die relativen Molekularmassen bezw. die Moleküle selbst nehmen in gasförmigem Zustande bei gleichem Druck und gleicher Temperatur den gleichen Raum ein.

Diese derart völlig eindeutig bestimmten Moleküle können aber noch, und zwar bei den Elementen ebensowohl wie bei den Verbindungen, chemisch weiter, wenn auch bei den Elementen nur in unter sich gleiche Atome, zerfallen; und die relativen Massen der so erhaltenen eigentlichen Atome sind dann dadurch bestimmt, dass sie die kleinste Menge eines Elementes darstellen, welche in der Molekularmasse (-gewicht) irgend einer Verbindung desselben vorkommt. Während die Molekularmassen also direct völlig eindeutig bestimmt werden können, erhält man für die Atommassen (-gewichte) zunächst nur maximale Werthe, und es wäre nach der Natur der hier zu Grunde liegenden Messungsmethode nicht absolut ausgeschlossen, dass durch die Untersuchung neuer Verbindungen sich einmal ein kleinerer Werth als der richtigere herausstellte. Indessen ist dies kaum zu befürchten, die Atommassen, wie

sie zur Zeit vorliegen, dürften — abgesehen von der noch zu steigernden Genauigkeit, und soweit nicht etwa eine weitere Zerlegung der Elemente möglich werden sollte — völlig eindeutig und richtig festgelegt sein. Es spricht dafür die Existenz gewisser anderer, zur Zeit freilich nur unvollkommer erkannter gesetzmässiger Beziehungen.

In erster Linie zählt hierher das Gesetz von Dulong und Petit (1819). Nach demselben besitzen die Producte aus den Atommassen und den Wärmecapacitäten oder mit einem Worte, die sogenannten Atomwärmen, bei allen Elementen den gleichen Werth. Freilich handelt es sich hier nur um ein angenähertes Gesetz — die Elemente mit geringer Atommasse zeigen grosse Abweichungen — und ebenso steht diese Beziehung vereinzelt da, sie hat sozusagen nur den Werth einer empirischen Regel, sie ist, wie auch aus der Ungenauigkeit hervorgeht, nicht völlig erkannt, nicht erklärt. Immerhin dürfte aber in der Existenz derselben ein Anzeichen für die richtige Bestimmung der Atommassen zu erblicken sein, und in den Fällen, wo zu Zeiten die Avogadro'sche Hypothese wegen mangelnder gasförmiger Verbindungen versagte, hat ja auch dieses Gesetz vorzügliche Dienste geleistet.

In zweiter Linie kann man ein gleiches Anzeichen aus dem Verhalten der specifischen Wärme einiger Gase herleiten. Nach der kinetischen Gastheorie muss bei allen einatomigen Gasen, bei denen Atom und Molekül also identisch sind, für das Verhältniss der beiden spec. Wärmen $\frac{Cp}{Cv}$ der maximale Werth von 1,667 erwartet werden, und das trifft zu. Die auf diesem Wege gewonnenen Resultate stimmen völlig überein mit denjenigen, welche auf Grund der Avogadro'schen Hypothese erlangt werden.

In dritter Linie vermag auch die durch den sogenannten Isomorphismus gelieferte Beziehung eine gewisse Bestätigung der Wahl der Atommasse zu liefern. Diejenigen Mengen der Elemente, welche sich in ähnlichen (isomorphen) Krystallformen derart vertreten, dass dadurch

die sonst nicht strenge gültigen stöchiometrischen Gesetze wieder zur Herrschaft gelangen, stehen ja ohne Ausnahme in dem Verhältnisse der festgesetzten Atommassen (-gewichte).

Schliesslich ist in dieser Hinsicht noch eine Reihe von Beziehungen zwischen den Atommassen selbst von Bedeutung. Sie finden zur Zeit ihren vollkommensten Ausdruck in dem von L. Meyer und Mendelejeff aufgestellten periodischen Gesetz. Darnach sollen die Eigenschaften der Elemente schlechthin eine periodische Function der Atommassen darstellen. Ordnet man nämlich die sämmtlichen Elemente nach der Grösse der Atommasse, so ändern sich die Eigenschaften von Glied zu Glied, bis nach einer bestimmten Anzahl von Gliedern sich die früheren Eigenschaften wiederholen. So unvollkommen die Erkenntniss dieser Beziehungen zur Zeit auch noch ist, so spricht ihre Existenz doch wohl mit dafür, dass die Wahl der Atomzahlen keine unrichtige ist. Darüber hinaus aber deuten jene Beziehungen darauf hin, dass, wenn wir auch die wägbare Materie einstweilen nicht weiter zerlegen können als in einige 70 Elemente, dennoch schliesslich eine weitere theoretische Zurückführung zulässig erscheint, selbst, wenn sie in Hinsicht auf die uns zu Gebote stehenden Hilfsmittel niemals verwirklicht werden sollte. Und in dem gleichen Sinne dürften auch wohl einige weitere Beobachtungsthatsachen zu deuten sein.

Auffällig ist es z. B., dass eine ganze Reihe von Atommassen so angenähert durch ganze Zahlen dargestellt werden, dass die Abweichungen wenigstens zum Theil innerhalb der möglichen Fehlerquellen liegen. Darauf basirt bekanntlich die Prout'sche Hypothese (1815), nach der die sämmtlichen Elemente aus Wasserstoff zusammengesetzt sind, und wenn sich auch die Hypothese in dieser Form nicht hat rechtfertigen lassen, so lässt sie sich doch in anderem Gewande, z. B., wenn man an Stelle des Wasserstoffs ein anderes Element mit geringerer Atommasse (etwa $^1/_8$) hinstellt, auch nicht ganz widerlegen.

Als eine andere Beobachtungsthatsache, welche in dieser Beziehung in Betracht kommt, können dann wohl die analogen Verhältnisse gelten, welche zwischen den Elementen einerseits und den sogenannten Radikalen andererseits bestehen. Das Radikal Ammonium, der Atomcomplex NH^4 verhält sich genau so, wie die Atome der Elemente Kalium und Natrium, und trotzdem haben wir es hier mit einem zusammengesetzten Körper zu thun. In gleicher Weise liegen ferner die Verhältnisse, wenn wir die Substitutionsproducte des Ammoniums oder eine grosse Reihe anderer Radikale in Betracht ziehen. Der Schluss, dass die Atome der Elemente noch zusammengesetzter Natur, wird also hier recht nahe gelegt.

Auch die Ergebnisse der Spectralanalyse, und speciell derjenigen der Himmelskörper, sind ja mehrfach zur Stütze derartiger Schlüsse herbeigezogen worden. In dem gleichen Sinne lässt sich aber schliesslich auch die Art des Vorkommens der Elemente auf der Erde verwerthen. Die Elemente sind weder gleichmässig über die Erde verbreitet, noch entsprechend ihrer Dichte. Zwar finden wir meist solche Elemente mit einander verbunden, welche eine sogenannte grosse Affinität zu einander besitzen, indessen giebt es auch viele und sehr bemerkenswerthe Ausnahmen. In Sonderheit ist es auffällig, dass gewisse Gruppen von Elementen mit geringer Verwandtschaft immer zusammen bezw. in Mischung vorkommen. Z. B. finden sich Kobalt und Nickel in der Natur stets vergesellschaftet, und doch sind beide einander so ähnlich, dass man ihre Verschiedenheit wohl erst viel später erkannt haben würde, wenn ihre Salze sich nicht durch eine verschiedene Färbung auszeichneten. In gleicher Weise liegen die Verhältnisse auch bei den sogenannten Platinmetallen; Ruthenium, Rhodium und Palladium einerseits und Osmium, Iridium, Platin andererseits finden sich ja stets zusammen und zeigen neben der chemischen Aehnlichkeit annähernd gleiches Atomgewicht.

Am auffälligsten sind aber die Erscheinungen

bei den sogenannten seltenen Erden, dem Cer, Lanthan, Didym etc., welche die grosse Lücke zwischem dem Baryum mit der Atommasse 137 und dem Osmium mit der Atommasse 192 ausfüllen. Die Aehnlichkeit dieser Körper ist zum Theil so gross, dass man auch heute noch nicht so recht bestimmt weiss, ob die zumeist als Elemente hingestellten Körper auch wirklich einheitlich sind, und alle finden sich gewöhnlich nebeneinander in ein und demselben Mineral, wie z. B. dem Gadolinit, dem Samarskit etc.

Die einfachste und natürlichste Erklärung für diese auffällige Art des Vorkommens lässt sich wohl in der Annahme finden, dass die ähnlichen Elemente auch gleichzeitig entstanden sind; sie wurden ähnlich, weil die Bildungsbedingungen an nahen Punkten des Raumes nicht sehr verschieden gewesen sein können, und zu einer späteren Trennung durch nachfolgende Revolutionen lag eben wegen der geringen chemischen Verschiedenheit keine Veranlassung vor. Ueber den näheren Bildungsprocess lassen sich natürlich, so lange es noch nicht gelungen ist, ein Element wirklich zu zerlegen, auch nur vage Vermuthungen aufstellen.

Indessen mit derartigen Erklärungen hat es die strenge Wissenschaft nicht zu thun; für sie sind die Hypothesen ja nur ein Hilfsmittel der Forschung, und so weit sie sich nicht durch das Experiment prüfen lassen, bleibt ihr Werth mehr oder minder zweifelhafter Art. Auf die zahlreichen Speculationen über die Natur und Zusammensetzung der Elemente soll hier desshalb auch nicht näher eingegangen werden.

3. Für die exacte Forschung dürfte aber doch aus diesen Erörterungen so viel von Bedeutung sein, als man die Atome auf Grund directer Erfahrungsthatsachen nicht gut als etwas absolut Einfaches ansehen kann. Vielmehr sprechen mancherlei Gründe dafür, dass die Atome schon recht complicirte Gebilde vorstellen, so in Sonderheit die verschiedene Werthigkeit sowie das allgemeine chemische und spectroskopische Verhalten. Zu dem kommt, dass

wir gezwungen sind, den Atomen und Molekülen eine endliche Grösse beizulegen.

Zu einer Schätzung der Molekulargrösse kann man auf sehr verschiedenen Wegen gelangen, so z. B., wenn man berechnet, welche Menge eines intensiven Farbstoffs noch eben ausreicht, um einen Tropfen Wasser oder Alkohol sichtbar zu färben. Man erhält dann eine maximale Grenze, denn der Tropfen muss ja mindestens ein Molekül enthalten. In gleicher Weise lässt sich auch unser Geruchsorgan benutzen, indem man die kleinste Menge eines starken Riechstoffes ermittelt, welche sich noch bemerkbar machen kann. Weit sicherer aber wird das Ziel erreicht, wenn man dehnbare Körper, z. B. Gold oder andere Metalle, durch Hämmern oder galvanischen Niederschlag zu möglichst dünnen Blättchen verarbeitet. So stellte schon Faraday Goldblättchen her, deren Dicke $^1/_2$ Milliontel Millimeter nicht überstieg. Grösser können also demgemäss die Goldmoleküle auch nicht sein. Damit scheint man aber auch an der Grenze der Theilbarkeit angekommen zu sein, denn andere Erwägungen führen zu dem Schluss, dass die Moleküle nicht viel kleiner sein können. Und wenn man auch diese Ergebnisse hinsichtlich der Festlegung einer minimalen Grenze nicht überschätzen darf, so ist es doch jedenfalls sehr beachtenswerth, dass man auf den verschiedensten Wegen zu dem gleichen Resultat geführt wird. Die kinetische Gastheorie, die Kapillarität, die Berührungselectricität, die Wellentheorie des Lichtes bieten unabhängig voneinander die Grundlagen für eine Berechnung der Molekulargrösse, und der Durchmesser der Moleküle oder richtiger ihrer Wirkungssphäre beziffert sich hiernach gleichmässig auf etwa 10^{-6} bis 10^{-7} Millimeter[1]).

Es besteht also auch eine genügende Uebereinstimmung mit den experimentellen Resultaten. An der Hand dieser Zahlen lässt sich dann natürlich angenähert die Anzahl der Atome in einem bestimmten Volumen, sowie die Masse

[1]) W. Thomson, Populäre Vorträge und Reden, p. 118.

eines einzelnen Atoms schätzen. So enthält z. B. hiernach 1 Kubikmillimeter Wasserstoff bei 0° und 760 mm Druck rund $5{,}4 \cdot 10^{16}$ Moleküle; und die gleiche Zahl gilt nach der Avogadro'schen Hypothese auch für alle anderen Gase. Die Masse eines einzelnen Wasserstoffatoms berechnet sich ferner dann zu $8{,}3 \times 10^{-22}$ mg, und diejenige der übrigen Elemente erhält man durch Multiplikation mit dem Atomgewicht. Es resultiren also ausserordentlich geringe Grössen, von denen man sich nur schwer eine Vorstellung machen kann. Am besten dürfte dies wohl noch dadurch gelingen, dass man die Atome vergleicht mit den kleinsten sichtbaren Gegenständen, und das ist auch desshalb angebracht und von Bedeutung, weil dabei mit Nothwendigkeit der Schluss hervorgeht, dass die Atomtheorie über die Sinnenwelt hinausgeht, und dementsprechend auch nicht zur Thatsache werden kann.

Die Grenze des Sichtbaren wird bekanntlich bedingt durch die Natur des Lichtes. Eine Wellenbewegung kann nur solche Gegenstände deutlich characterisiren, deren Grösse im Vergleich zur Wellenlänge nicht allzu klein ist. In Sonderheit müssen bei der Anwendung eines Mikroskops alle von dem kleinsten Gegenstand veranlassten Dispersionswellen von der Objectivlinse aufgenommen werden. Geschieht das nicht, so entspricht das Bild nicht mehr der Wirklichkeit. Als äusserste Grenze des jemals Sichtbaren muss heute ein Körper von dem Durchmesser 0,12 μ oder 0,00012 Millimeter bezeichnet werden. Demgegenüber beträgt aber die Grösse der Moleküle 10^{-6} bis 10^{-7}, also im Mittel 0,0000005 Millimeter. Ein Molekül bleibt folglich weit unter der Grenze des Sichtbaren, und es müssen erst viele Millionen Moleküle zusammenkommen, bevor sich ein sichtbarer Gegenstand bilden kann. Allgemein geht also hiernach die Atomtheorie weit über die directe Sinnenwelt hinaus, und dieses Resultat erhält noch insofern eine grössere Bedeutung, als es auch an Bedenken gegen die Atomtheorie nicht fehlt.

Von principieller Wichtigkeit ist aber wohl nur der

Umstand [1]), dass der zweite Hauptsatz der Thermodynamik eine gewisse Einschränkung erfährt, sobald Atome von endlicher Grösse vorausgesetzt werden. Ausserdem kommt noch in Betracht, dass der strengen mathematischen Darstellung der Naturvorgänge auf Grundlage der Atomtheorie grosse Schwierigkeiten gegenüberstehen; die Methoden der Infinitesimalrechnung erfordern eben continuirliche Grössen. Eine grosse Anzahl unserer ersten Physiker vermag sich desshalb mit der Atomtheorie nicht recht zu befreunden [2]). Kirchhoff hat z. B. nie über Molekularphysik gelesen, und ebenso haben sich auch Faraday und Maxwell, trotzdem sie sehr viel zum Ausbau der Atomtheorie beitrugen, doch mehr und mehr von derselben abgewendet. Von Maxwell [3]) wurde schliesslich eine von Lord Kelvin [4]) aufgestellte Theorie der Materie vertreten, welche sozusagen dazu dienen kann die Atomistik mit der Annahme einer continuirlichen Materie zu vereinigen.

Als Grundlage dieser Theorie diente eine Arbeit von Helmholtz: „Ueber die Wirbelbewegungen in Flüssigkeiten“ [5]). Lagrange hatte schon früher gefolgert, dass eine vollkommene, d. i. reibungslose Flüssigkeit, welche frei von Rotationsbewegungen ist, auch keine solche Bewegungen erlangen kann. Helmholtz zeigte nun, dass, wenn aber die Theilchen einer solchen Flüssigkeit einmal von Anfang an eine Rotation besitzen, sie dieselbe auch niemals einbüssen können. Sodann stellte er die allgemeinen Gesetze dieser Bewegungen fest und bewies damit, dass diejenigen Theilchen, welche einmal einem Wirbel angehören — auch indem sie sich fortbewegen — stets diesem Wirbel angehörig bleiben.

[1]) Maxwell, Theorie der Wärme, § 99. Uebersetzung von Neesen, p. 373.

[2]) Planck, Wied. Ann. d. Phys., Bd. 15, p. 475.

[3]) s. den von Maxwell geschriebenen Artikel: Atom in der „Encyclopaedia Britannica“.

[4]) W. Thomson. Versuch einer kinetischen Theorie der Materie. Populäre Vorträge und Reden, Bd. I, p. 172. Berlin 1891.

[5]) Journ. f. reine und angewandte Mathematik, Bd. 55, p. 25.

Denkt man sich also das physische Weltall von einer vollkommenen, reibungslosen, incompressiblen Flüssigkeit erfüllt, so können in derselben ohne einen besonderen Schöpfungsact Wirbelbewegungen, und in Sonderheit Wirbelringe, weder entstehen noch vernichtet werden. Mit Hülfe gewöhnlicher Materien, z. B. Luft, Rauch, lassen sich ja auch Wirbelringe herstellen, aber sie sind zerstörbar, da die bildende Substanz nicht reibungslos ist. Die in einer reibungslosen Flüssigkeit aber einmal vorhandenen Wirbel sind untheilbar — sie weichen dem Messer aus — und zeigen überdies eine gewisse Elasticität. Nach einem Zusammenstoss zweier Ringe schwingt z. B. jeder derselben so lange um seine Gleichgewichtsform, bis er dieselbe wieder erlangt hat. Die Wirbelringe können natürlich von verschiedener Grösse und Form sein, sie können ferner einfach in sich zurückkehrende oder vielfach verschlungene Linien bilden. Schliesslich sind sie auch im Stande, vermittelst des Mediums, in dem sie sich bewegen, gewisse sogenannte Fernwirkungen auf einander auszuüben, sie vermögen sich scheinbar selbstthätig zu nähern oder von einander zu entfernen, ganz so, als ob sie mit abstossenden und anziehenden Kräften behaftet wären. Die Wirbelringe zeigen also im Allgemeinen alle die Eigenschaften, welche man den Atomen der Materie doch zuschreiben muss, und es liegt demgemäss die Annahme nahe, die letzteren als solche Wirbelgebilde aufzufassen.

Von einer directen experimentellen Prüfung dieser Hypothese kann natürlich wohl nie die Rede sein; sie ist indessen doch insofern von grosser Bedeutung, als damit gezeigt wird, dass sich die Individualisirung der Materie in Elemente, und ebenso die Cohäsion, die Elasticität sowie die scheinbaren Fernkräfte wenigstens dem Princip nach allein auf besondere Bewegungen, d. i. auf die drei Urgrössenarten Zeit, Raum und Masse zurückführen lassen. Jedenfalls aber entspricht eine solche Vorstellung von den Atomen wohl mehr den zu stellenden Anforderungen, als jede andere, die bisher entwickelt wurde.

Die Constanz des Volumens und der Masse ist hiernach direct selbstverständlich; gleichzeitig aber bleibt die Möglichkeit der verschiedenartigsten Schwingungen und Formveränderungen bestehen. Als ein besonderer Vorzug dieser Hypothese hat auch wohl der Umstand zu gelten, dass es auf Grundlage derselben nicht möglich ist, dem Atom nachträglich allerlei innewohnende Kräfte zuzuschreiben; es sind eben die möglichen Eigenschaften ein für alle Mal durch die Bewegungsgesetze und die Natur der Flüssigkeit bestimmt festgelegt. Dadurch wachsen freilich in mancher Hinsicht auch die Schwierigkeiten in der Darstellung; aber andererseits wird damit auch die Möglichkeit einer gewissen Nachprüfung durch Analogien gegeben.

Eine Hauptschwierigkeit für jede Atomlehre besteht wohl in der Klarstellung der Begriffe Masse und Gravitation. Identificirt man die Grössenart der Masse schlechthin mit dem objectiv Existirenden, d. i. der Materie, so ist der Begriff der Masse ja scheinbar ohne Weiteres gegeben; er repräsentirt dann einfach entweder ein bestimmtes Volumen Urmaterie oder — bei atomistischer Constitution derselben — eine bestimmte Anzahl Uratome. Insofern aber die Bestimmung von Massen durch Wägung, d. i. mit Hilfe einer der Materie eventuell erst zuzuschreibenden Anziehungskraft (Gravitation) erfolgt, so sind demgemäss die Grössenarten Masse und Gravitation so eng verknüpft, dass die eine ohne die andere nicht gut klar zu stellen ist.

Bei völliger Identifikation der Grössenart Masse mit der Materie lässt sich die Gravitation principiell wohl nie ganz auf die Grössenarten Zeit, Raum und Masse zurückführen, und durch Zulassung einer vierten Urgrössenart sind nach den bisherigen Erfahrungen der Wissenschaft immer Widersprüche entstanden. Gemäss der Thomson'schen Theorie aber ist die durch den Wägungsprocess definirte Grössenart der Masse nicht ohne Weiteres mit einem bestimmten Volumen der incompressiblen vollkommenen Flüssigkeit zu identificiren; freilich kann man anderer-

seits der letzteren die Eigenschaft der Masse auch nicht ganz absprechen. Das vollkommene Medium wird unseren Sinnen ja erst dadurch bemerkbar und somit der Messung zugänglich, dass es durch die Wirbelbewegungen zu Atomen individualisirt ist. Die Grössenart der Masse enthält also hiernach einen Factor, der von jenem Fluidum oder Medium unabhängig ist und einzig durch die Wirbelbewegung bedingt wird. Inconsequenzen und Widersprüche dürften somit der Theorie nicht vorgeworfen werden können. Schliesslich ist aber für dieselbe auch wohl nicht ohne Bedeutung, dass die Forschung von der Annahme eines überall vorhandenen, sehr vollkommenen Mediums doch nicht absehen kann; die ponderable Materie reicht eben allein zur Beschreibung der Naturvorgänge nicht aus.

4. Was nun dieses Medium, das zumeist als Aether oder Weltaether bezeichnet wird, anbetrifft, so kann man sich zur Zeit nur ein höchst unvollkommenes Bild von ihm machen, und die Ansichten und Hypothesen, welche über ihn aufgestellt wurden, gehen zum Theil noch recht auseinander.

Wohl ohne Ausnahme wird zunächst von dem Aether angenommen, dass er soweit im Weltall reicht, als sozusagen der Raum reicht, und hierzu werden wir hauptsächlich veranlasst, weil uns die verschiedenen Formen der strahlenden Energie, z. B. das Licht, von den fernsten Weltkörpern in der gleichen Weise übermittelt werden, wie von einer nahen Quelle. Dementsprechend ist es in mancher Hinsicht auch nur eine Sache des Uebereinkommens oder der Definition, ob man nach Faraday den Aether direct mit dem Raum identificiren will oder nicht. Geschieht dieses, so muss der Aether nothwendig als unendlich theilbar, d. i. als continuirlicher Natur angesehen werden, da sonst die Möglichkeit eines widerspruchsfreien Bewegungsbegriffes verloren geht. Andernfalls kann der Aether freilich auch als atomistischer Natur aufgefasst werden; indessen liegen in dieser Hinsicht ähnliche Beweggründe wie für die ponderable Materie nicht vor.

Bisweilen findet man zwar die Ansicht, dass, sobald ein Medium als elastisch oder compressibel angenommen wird, dann auch seine atomistische Natur gegeben sei; aber schon Maxwell protestirt gegen eine solche Folgerung, und mit der Erfahrung geräth man jedenfalls nicht in Widerspruch, wenn eventuell die Elasticität und Compressibilität auch den denkbar kleinsten Theilchen ebenso zugeschrieben werden, wie den grossen. Dadurch, dass man den Aether als continuirlich auffasst, wird es wohl am Besten verständlich, dass er theils die Eigenschaften einer Flüssigkeit, theils diejenigen eines festen Körpers zeigt; die Verschiedenheit der Aggregatzustände erscheint dann eben als eine Folge der molekularen Individualisirung der Materie. In Sonderheit dürfte für die Continuität schliesslich auch wohl noch der Umstand sprechen, dass der Aether die strahlende Energie trotz ihres seitlichen Charakters ohne merkliche Verluste auf grosse Entfernungen hin übertragen kann. Bei atomistischer Structur wird das immer nur sehr schwer zu verstehen sein.

Von dem Aether wird ferner ganz allgemein angenommen, dass er alle Körper gleichmässig durchdringt, alle Lücken der Atome und Moleküle ausfüllt, so dass die letzteren gleichsam in ihm eingebettet erscheinen, und das wird nothwendig, weil in allen Körpern ohne Ausnahme schliesslich Vorgänge stattfinden können, die ohne dem nicht zu erklären sind.

Gegenüber der ponderablen Materie zeichnet sich der Aether zunächst dadurch aus, dass er der Schwere, der Gravitation nicht unterworfen ist; wenigstens hat man trotz der sorgfältigsten Untersuchungen mit Hilfe von Wägungen keinerlei Gewicht an ihm auffinden können. Aber Masse und Gewicht sind ja auch verschiedene Grössenarten und erblickt man die Schwere oder das Gewicht als abhängig und bedingt durch die Existenz und die Bewegungen des Aethers, so sollte dies Verhalten eigentlich wohl nur zu erwarten sein.

Lässt man also für die Bestimmung von Massen und

als Definition dieser Grössenart einzig und allein die Methode der Wägung gelten, so muss gemäss der Erfahrung die Grössenart der Masse dem Aether entweder aberkannt oder so gering angenommen werden, dass sie unterhalb der Fehlergrenzen der Messung liegt. Zieht man dagegen für Massenbestimmungen auch das dritte Newton'sche Gesetz heran, nachdem Wirkung und Gegenwirkung stets gleich sind, oder führt man alle Formen der Energie auf Bewegung von Massen zurück, wie das nothwendig wird, wenn die Masse als dritte und letzte Urgrösse gelten soll, so muss dem Aether die Grössenart der Masse zugeschrieben werden. In dieser Weise wurde zuerst eine angenäherte Zahl für die Dichte des Aethers von W. Thomson[1]) hergeleitet, und der gleiche Weg wurde dann später auch von Maxwell[2]) eingeschlagen. Den Ausgangspunkt bildeten hierbei die Pouillet'schen Untersuchungen über die Energie der Sonnenstrahlung. Die von starkem Sonnenlicht in 1 Minute auf 1 □ cm Fläche erzeugte Wärmemenge beträgt hiernach 1,7663 cal.[3]); in absolutem Maasse sowie für die Sekunde berechnet sich daraus die gelieferte Energie zu $1{,}234 \times 10^6$ erg. Dividirt man diese Grösse durch die Geschwindigkeit des Lichts, 3×10^{10} cm, so erhält man die Energie in einem Cubiccentimeter Aether, und da diese nach dem Strahlungsgesetz in der Nähe der Sonne rund 46 000 mal grösser ist als an der Erdoberfläche, so ergiebt sich als maximaler Energieinhalt eines cbcm rund 1,886 erg. Um hieraus auf Grund der Wellengleichung die Dichte des Aethers d zu erhalten, bedarf es nur noch einer Annahme über das Verhältniss der Schwingungsgeschwindigkeit zur Fortpflanzungsgeschwindigkeit bezw. über die Grösse der maximalen Amplitude im Vergleich zur Wellenlänge. Setzt man das Verhältniss mit W. Thomson höchstens gleich

[1]) Transact. Roy. Soc. Edinb. **21**, p. 57 (1854).

[2]) s. den Artikel Aether in der Encyclopaedia Britannica.

[3]) Nach neueren Untersuchungen beträgt diese Grösse, die sogenannte Solarconstante, rund 3 cal.; indessen das Endresultat wird dadurch nicht wesentlich geändert.

$^1/_{100}$, so ergiebt sich $d = 10^{-18}$. Der Herleitung gemäss hat dieser Werth vorwiegend den Character einer unteren Grenze; es ist desshalb von Interesse, dass Graetz [1]) auf einem anderen Wege zu einem Resultat gelangte, das nicht sehr abweichend ist, und dem überdies mehr die Bedeutung einer oberen Grenze zukommt. Als Ausgangspunkt dient hier die Theorie der Maxwell'schen Molecularwirbel in Verbindung mit der Drehung der Polarisationsebene des Lichtes im Eisen, und die Dichte des Aethers berechnet sich darnach zu $d = 10^{-16}$. Unter Berücksichtigung der Thomson'schen Schätzungen nimmt Graetz desshalb als mittlere und wahrscheinliche Zahl für die Dichte 10^{-17} an, und dieser Grösse würde z. B. eine Amplitude des kräftigen Sonnenlichtes an der Erdoberfläche von rund 6×10^{-10} cm entsprechen, d. i. etwa der hunderste Theil des Durchmessers der Moleküle.

Von der berechneten ausserordentlich geringen Dichte des Aethers kann man sich nur schwer eine Vorstellung machen; am besten dürfte es noch gelingen durch passende Vergleiche mit der Atmosphäre.

Eine Luftsäule von 1 □ Meter Querschnitt besitzt bekanntlich eine Masse von rund 10 000 kg; eine gleiche Aethersäule würde dagegen die Höhe der Atmosphäre zu 30 Meilen gerechnet, nur eine Masse von 0,0022 mg repräsentiren. Nimmt man ferner an, dass die Luft dem Boyle'schen Gesetz auch bei den stärksten Verdünnungen folgt, so ergiebt sich, dass Luft und Aether in einer Höhe von rund 33 Meilen die gleiche Dichte besitzen. In einer Entfernung von der Erdoberfläche, die dem Erdradius entspricht, würde dagegen die Luft schon unvergleichlich viel dünner sein, als der Aether, nämlich rund $= 10^{-850}$.

Dieselben Wege, welche zu einer Berechnung oder Schätzung der Dichte des Aethers führen, lassen sich auch zu einer Bestimmung seiner Starrheit oder Scherelasticität ver-

---

[1]) Wied. Ann. d. Phys. **25**, p. 165 (1885).

wenden. Beide Grössen sind ja durch die bekannte Beziehung $v^2 = \frac{e}{d}$ verknüpft, wo v die Fortpflanzungsgeschwindigkeit, e die Elasticität und d die Dichte bezeichnet. Setzt man also die Dichte des Aethers $= 10^{-17}$ und die Lichtgeschwindigkeit $= 3 \times 10^{10}$ cm, so berechnet sich die Starrheit des Aethers $e = v^2 . d = 9 . 10^{20} . 10^{-17} = 9 . 10^3 =$ 9000. Im Vergleich zur ponderablen Materie ist diese Starrheit wenigstens absolut genommen gering, im Vergleich zur Dichte freilich ausserordentlich gross [1]).

Indessen ist hier sehr zu beachten, dass es sich bei der Herleitung dieser Zahlenwerthe immer nur um Analogien mit der gewöhnlichen ponderablen Materie handelt; ihre Bedeutung ist desshalb völlig hypothetischer Natur. Bei manchen Forschern findet sich daher auch ein grosses Widerstreben, auf derartige Berechnungen einzugehen, und die früheren Speculationen, welche den Raum drei- bis vierfach mit derartigen Medien, wie den Aether, ausfüllten, geben hierfür wohl auch eine berechtigte Erklärung.

Spricht man dem Aether überhaupt das Beharrungsvermögen ab, so kann natürlich auch nicht von einer Berechnung der Dichte, d. i. der Masse in der Volumeinheit, die Rede sein; denn die Grössenart der Masse ist ja nichts anderes, als die als quantitative Grösse aufgefasste Eigenschaft des Beharrungsvermögens; beide sind also identisch.

Wie sehr die Ansichten über die Natur des Aethers noch unbestimmt sind, geht wohl am Besten daraus hervor, dass man bisher noch nicht mit Sicherheit entscheiden konnte, ob dem Aether überhaupt eine translatorische Bewegung beizulegen oder abzusprechen ist. Noch auf

---

[1]) Maxwell giebt als Starrheit des Stahls den Werth 8×10^{11}, und berechnet die Starrheit des Aethers zu 842,8, da er von der Dichte $d = 10^{-18}$ ausgeht. O. Lodge giebt als Dichte des Aethers die Zahl 10^{-21}. (Neueste Anschauungen über Electricität, Braunschweig 1896.)

der Naturforscherversammlung zu Düsseldorf im Jahre 1898 stand jene Frage zur Diskussion, ohne indessen eine befriedigende Lösung zu finden [1]).

Zur Zeit liegt jedenfalls keine Hypothese über die Natur und Constitution des Aethers [2]) vor, welche den zu stellenden Anforderungen genügt.

---

[1]) s. den Bericht von W. Wien, Beilage zu Wied. Annalen. Bd. 65, Heft 7.

[2]) Ein gutes Bild von den in dieser Hinsicht gemachten Versuchen und den entgegenstehenden Schwierigkeiten liefert das Werk von O. Lodge: „Neueste Anschauungen über Electricität". Braunschweig 1896.

VI. Kapitel.

Die Kraft.

1. Die Bedeutung des Kraftbegriffs gestaltet sich verschieden, je nachdem man die Kraft als fundamentale Urgrössenart ansieht oder als eine der ableitbaren Grössen betrachtet.

Zählt man die Kraft zu den Urgrössenarten, so muss sie in letzter Instanz ebenso wie Raum und Zeit als schlechthin gegeben aufgefasst werden, und das wird hier noch insofern erleichtert, als wir ja einen sogenannten Kraft- oder Muskelsinn besitzen. Auf diesem Wege erhält der Kraftbegriff unmittelbar durch innere Anschauung einen gewissen Denkinhalt, der als Analogon des subjectiven Zeit- und Raumbegriffs gelten kann, und der durch die Methoden der Messung die objective Ergänzung erhält.

Lässt man dagegen nur drei Urgrössenarten, und zwar neben Zeit und Raum allein die Masse gelten, so verliert der Kraftbegriff seine selbstständige Stellung, und er muss dann wie alle anderen Grössenarten auf Raum, Zeit und Masse zurückgeführt werden. Von diesem letzteren Standpunkt aus soll hier zunächst die Klarstellung des Kraftbegriffs und der ihm nahestehenden Grössenarten versucht werden.

Was nun jene Aufgabe der Zurückführung des Kraftbegriffs anbetrifft, so ist das Wesen derselben bereits im IV. Kapitel erörtert worden. Als formales Vorbild kann in dieser Hinsicht allgemein die Mathematik hingestellt werden, und zwar zunächst die Arithmetik, denn die

Geometrie bildet ja nach der hier vertretenen Auffassung eigentlich nur einen Theil der Naturwissenschaft, auch sie basirt auf objectiver Erfahrung. Um nun aus gegebenen Grössen andere Grössen oder Functionen herzuleiten, kennt die Arithmetik verschiedene Wege, so die Addition, die Multiplikation, die Division, die Potenzirung etc. Ueberall handelt es sich dort aber um die Combination gleichartiger Grössen; denn auf dem Gebiete der Arithmetik hat man es stets nur mit reinen, d. i. unbenannten Zahlengrössen zu thun. Anders dagegen auf dem Gebiete der Naturforschung; hier wird mit benannten Zahlen, mit physischen Grössen operirt, und dementsprechend müssen hier auch andere Verhältnisse obwalten.

Allgemein hat hier eine solche algebraische Verknüpfung zweier oder mehrerer physischer Grössenarten zu einer neuen Grössenart nur dann einen Sinn, wenn der Verknüpfung ein Naturgesetz, eine Erfahrungsthatsache zu Grunde liegt.

Ueblich geworden ist aber eine solche Herleitung neuer Grössenarten in der eigentlichen Naturwissenschaft erst neuerdings, und als Bahnbrecher können in dieser Hinsicht besonders Fourier und Maxwell genannt werden. In der Geometrie hat man dagegen ein solches Vorgehen von jeher gekannt. Durch Multiplikation zweier Strecken, also zweier benannter Zahlen, wird hier die Grössenart der Fläche hergeleitet, und ebenso entsteht durch Multiplikation einer Fläche mit einer Strecke die Grössenart des Volumens. Dass diese algebraischen Verknüpfungen physischer Grössen einen Sinn, eine anschauliche Bedeutung haben, ist aber nur darin begründet, dass ihnen Erfahrungsthatsachen zu Grunde liegen. Multipliciren wir z. B. ein Volumen mit einer Fläche, so hat das keine Bedeutung mehr, während umgekehrt im Falle der Division die Grössenart der Strecke resultirt. Wo die Grundlage der Erfahrung fehlt, geht der Sinn verloren.

Durch Division einer Masse durch ein Volumen gelangen wir in der Physik zur Grössenart der Dichte. Bei

dieser Verknüpfung kommen aber nur zwei der als a priori gegeben hingestellten Urgrössenarten in Betracht; die allgemeinste Verknüpfung wäre vorhanden, wenn alle drei Urgrössenarten in das Resultat eingehen, und dieser Fall liegt vor bei der Grössenart der Bewegung. Die Bewegung ist aber nicht allein die allgemeinste, sondern sie ist zugleich nach der Natur unseres Geistes auch die einzigste Beziehung respective Verknüpfung, welche wir uns zwischen allen drei Urgrössenarten vorstellen können, und dementsprechend sind wir gezwungen, alle objectiven Naturvorgänge bezw. -Erscheinungen auf Bewegungen zurückzuführen, und zwar auch dann, wenn sie sich unseren Sinnen direct garnicht als Bewegungserscheinungen zu erkennen geben. Thut man es nicht, so wird damit ohne Weiteres zugegeben, dass man mit den drei Urgrössenarten Zeit, Raum und Masse bei der Beschreibung der Naturvorgänge nicht auskommt.

Die Grössenart der Bewegung ist aber natürlich, da sie allgemeinste Beziehung zwischen den drei Urgrössenarten darstellt, auch zugleich die complicirteste, welche wir zu fassen im Stande sind. Es wird damit verständlich, dass es nicht leicht sein kann, eine Bewegung vollständig zu bestimmen, und im Allgemeinen gelingt dies auch nur in besonders einfachen und günstigen Fällen.

Um eine Bewegung bezw. einen auf Bewegung basirten Vorgang zu bestimmen und exact und einfach zu beschreiben, wird es erforderlich eine ganze Reihe von sozusagen Hilfsgrössenarten zu unterscheiden. Die wichtigsten derselben sind: Geschwindigkeit (v), Beschleunigung (g), Bewegungsgrösse (b), Kraft (f), Energie oder Arbeit (E), Nutzeffect der Arbeit oder Pferdekraft (P).

Die Zurückführung dieser Grössenarten auf die Urgrössenarten ist nachstehend in der algebraischen Form durchgeführt worden, wobei die Urgrössenarten Länge, Zeit und Masse, wie allgemein üblich, mit l, t und m bezeichnet worden sind.

1. Geschwindigkeit $= \frac{\text{Länge}}{\text{Zeit}} = v = \frac{l}{t} = lt^{-1}$.
2. Beschleunigung $= \frac{\text{Geschwindigkeit}}{\text{Zeit}} = g = \frac{v}{t} = lt^{-2}$.
3. Bewegungsgrösse = Masse × Geschwindigkeit $= b = mv = mlt^{-1}$.
4. Kraft = Masse × Beschleunigung $= f = m \cdot g = \frac{b}{t} = \frac{mv}{t} = mlt^{-2}$.
5. Energie = Kraft × Länge $= E = f \cdot l = b \cdot v = mv^2 = ml^2t^{-2}$.
6. Pferdekraft $= \frac{\text{Energie}}{\text{Zeit}} = P = \frac{E}{t} = \frac{mv^2}{t} = ml^2t^{-3}$.

Wenn man in der vorstehenden Weise eine Grössenart auf die Urgrössenarten zurückgeführt hat, so sagt man, sie ist ihrer Dimension nach bestimmt, und die Ausdrücke lt^{-1} etc. stellen demgemäss die exacten Definitionen jener Grössen dar.

2. Von den aufgeführten Hilfsgrössenarten der Bewegung ist am einfachsten die Geschwindigkeit; sie ist bei einer Bewegung gegeben durch das Verhältniss der zurückgelegten Strecke zu der dazu gebrauchten Zeit. Da wir aber gezwungen sind, allen Dingen ohne Ausnahme Bewegung zuzuschreiben, so kann demgemäss auch immer nur von einer Geschwindigkeit in Bezug auf einen bestimmten Gegenstand, einer sogenannten relativen Geschwindigkeit, die Rede sein. Eine wirklich absolute Geschwindigkeit giebt es für die exacte Naturforschung ebenso wenig, wie eine absolute Bewegung. Wie schon der Name andeutet, liegt überhaupt das Absolute ausserhalb des Bereiches der Erkenntniss, sie ist ja einzig auf Vergleichung, auf Relation basirt, und absolut heisst demnach so viel wie unerkennbar. Wenn dennoch bisweilen von einer absoluten Geschwindigkeit die Rede ist, so handelt es sich entweder um metaphysische Gedanken-

constructionen oder es soll damit nur ein höherer Grad der Relation bezeichnet werden; man will dann einfach ausdrücken, dass die Geschwindigkeit in Bezug auf einen grösseren Körper etwa die Erde oder die Sonne gemeint ist.

Je nachdem nun die Geschwindigkeit constant ist oder sich mit der Zeit ändert, unterscheidet man zwischen einer gleichförmigen und einer ungleichförmigen Bewegung.

Der Geschwindigkeit wird aber ausser einer bestimmten Grösse schlechthin auch noch eine bestimmte Richtung zugesprochen; sie gehört also zu den sogenannten Vectorgrössen. Bleibt die Richtung einer Geschwindigkeit constant, so spricht man von einer geradlinigen Bewegung, ändert sie sich dagegen, so hat man es mit einer krummlinigen Bewegung zu thun.

Haben zwei Körper gleiche Grösse der Geschwindigkeit und gleiche Richtung, so heisst es, sie befinden sich gegenseitig in Ruhe; die Ruhe stellt also nur einen Specialfall der allgemeinen Bewegung dar. Ein und derselbe Körper kann aber schliesslich auch zwei bezw. mehrere Geschwindigkeiten besitzen. Sind dann diese einzeln von constanter Richtung (geradlinig) und Grösse, so resultirt wiederum eine geradlinie Geschwindigkeit von bestimmter constanter Grösse. Im Falle, dass nur zwei Geschwindigkeiten (Componenten) in Betracht kommen, ist das Resultat ja durch die Diagonale des Parallelogramms gegeben, dessen Seiten eben durch jene Geschwindigkeiten repräsentirt werden. Es ist dies der sogenannte Satz vom Parallelogramm der Geschwindigkeiten, welcher als eine Erfahrungsthatsache hinzunehmen ist.

Umgekehrt lässt sich natürlich jede geradlinige gleichförmige Geschwindigkeit in constante Partialgeschwindigkeiten von anderer Richtung und Grösse (zwei in der Ebene, drei im Raume) zerlegen. Eine krummlinige Bewegung kann dagegen nie auf zwei gleichförmige Geschwindigkeiten von constanter Richtung zurückgeführt werden.

Die in der Natur vorkommenden und mit unseren

Sinnen wahrnehmbaren Bewegungen sind im Allgemeinen weder von constanter Richtung, noch von constanter Geschwindigkeit, und dementsprechend wird es verständlich, dass die Annahme, die geradlinige gleichförmige Bewegung sei die natürliche und erfolge von selbst, erst verhältnissmässig spät in der Wissenschaft Eingang fand. Nach den Ansichten des Aristoteles, die bis zum 16. Jahrhundert allgemein in Geltung blieben, ist die aufwärts und abwärts gerichtete ungleichförmige Bewegung die natürliche, die von selbst, sozusagen freiwillig erfolgt. Alle übrigen Bewegungen sollen dagegen gezwungen sein, d. h. durch Stoss, Druck etc. veranlasst werden. Indessen nimmt Aristoteles daneben auch noch eine natürliche kreisförmige Bewegung an, freilich wird sie nicht den irdischen Körpern zugeschrieben, sondern nur dem fünften Element, dem Aether, der die Bestandtheile des Himmels ausmacht.

Betrachtet man diese Verhältnisse möglichst vorurtheilslos, so dürfte nur so viel feststehen, dass diejenige Annahme den Vorzug verdient, welche zur einfachsten Beschreibung der Naturvorgänge führt. Und nach den bisherigen Erfahrungen der Wissenschaft wird dann die Annahme, dass die gleichförmige geradlinige Bewegung die natürliche ist, gewiss gerechtfertigt erscheinen. Sie wurde zuerst aufgestellt von Gallilei und bekannt ist sie am besten unter dem Namen „Trägheitsprincip“ oder „Beharrungsvermögen“. Lässt man aber jene Annahme oder kurz das Trägheitsprincip gelten, so erscheint jede Abweichung von der geradlinigen gleichförmigen Bewegung als unnatürlich, als unverständlich; man erwartet dann für dieselbe ohne Ausnahme eine Erklärung. Gallilei glaubte eine solche Erklärung in der weiteren Annahme von Kräften finden zu können, und nach seinem Vorgange erblickte man dann allgemein die Ursache für jede Abweichung von der geradlinigen gleichförmigen Bewegung in einer Kraft, in der Abweichung selbst dagegen die Wirkung derselben. Indessen befasste sich Gallilei eigentlich nur mit der Kraft als Wirkung,

über die Kraft als Ursache spricht er sich dagegen nicht näher aus. Die Kraft als Ursache kommt erst mehr bei Newton zur Geltung, wie denn überhaupt der Kraftbegriff durch ihn erst sozusagen eine abschliessende Form erhält.

Eine derartige Unterscheidung von Ursache und Wirkung ist indessen, wie bereits im Kapitel II gelegentlich der Erörterung des Causalitätsprincips gezeigt wurde, mit dem Wesen der strengen exacten Forschung nicht ganz verträglich, und dass sie auch zu Widersprüchen führt, lässt sich gerade hier leicht zeigen. Mit demselben Recht, mit dem ich nach der Ursache der Abweichung von der geradlinigen gleichförmigen Bewegung frage, kann ich auch nach der Ursache der gleichförmigen geradlinigen Bewegung selbst fragen. Dadurch, dass ich die eine als natürlich, die andere als verursacht hinstelle, wird der Widerspruch nicht behoben, vielmehr wird er erst gerade dadurch geschaffen.

Beseitigen lässt sich dieser Widerspruch aber wohl nur in der Weise, dass man sich an Stelle des Causalitätsprincips mit dem Begriff des Naturgesetzes begnügt. An den eigentlichen Ergebnissen der Forschung wird damit natürlich nichts geändert. Die gleichförmige geradlinige Bewegung ist demgemäss von allen übrigen Bewegungen nur dadurch unterschieden, dass sie die einfachste ist; im Uebrigen aber hat sie wenigstens zunächst nichts voraus; ihre Bedeutung erlangt sie einzig in der Weise, dass sie als einfachste Grössenart bei der Bestimmung und Beschreibung von complicirten Bewegungen die vorzüglichsten Dienste leisten kann und auch thatsächlich leistet.[1])

Durch einfache Multiplikation der Grössenart der Geschwindigkeit mit derjenigen der Masse entsteht die Grössenart der Bewegungsgrösse. Ihre Dimension ist sonach $b = mlt^{-1}$. An Stelle des Namens Bewegungsgrösse werden auch wohl vielfach Ausdrücke wie Moment der Kraft, Antrieb der Kraft etc. gebraucht, indessen in

[1]) vgl. p. 91 u. 92.

den wirklich exacten Wissenschaften spielt der Name ja keine besondere Rolle, er ist nur ein Zeichen, das, was er bedeutet, ist durch den objectiven Messungsprocess eindeutig festgelegt.

Ebenso wie der Grössenart „Geschwindigkeit" kommt natürlich auch der „Bewegungsgrösse" ausser einem bestimmten Werth auch noch eine bestimmte Richtung zu, sie gehört also gleichfalls zu den Vectorgrössen, und dementsprechend finden wir bei ihr alle characteristischen Besonderheiten dieser Klasse von Grössenarten.

Im Uebrigen bietet aber der Begriff der Bewegungsgrösse dem Verständniss keinerlei Schwierigkeiten; er stellt eben die einfachste Combination der drei Urgrössenarten dar, und durch ihn allein kann die einfachste Bewegung, d. i. die gleichförmige geradlinige, vollkommen bestimmt und beschrieben werden.

Die in der Natur vorkommenden sichtbaren Bewegungen lassen sich aber bekanntlich mit Hülfe der Grössen „Geschwindigkeit" und „Moment der Kraft" allein nicht gut bezw. nicht vollkommen beschreiben und dementsprechend wird eben die Schaffung weiterer Grössenarten erforderlich. Um die Abweichungen von der geradlinigen gleichförmigen Bewegung zu bestimmen, eignet sich nun am Besten der Begriff der Beschleunigung, seine Dimension ist $g = lt^{-2}$ oder in Worten ausgedrückt, er stellt den Zuwachs bezw. die Abnahme der Geschwindigkeit in der Zeiteinheit dar, die Beschleunigung kann demnach sowohl einen negativen als einen positiven Werth besitzen.

Diese Grössenart leistet besonders gute Dienste bei der Beschreibung von Bewegungen, wie sie bei dem sogenannten freien Fall der Körper vorkommen, oder mit anderen Worten, wir finden diese Grössenart bei der Fallbewegung verwirklicht.

Dass die Fallbewegung keine gleichförmige ist, war von jeher bekannt, aber das Gesetz, welches hier zu Grunde liegt, kannte man nicht, und eben erst die Auffindung desselben durch Gallilei konnte zur Aufstellung

der Grössenart der Beschleunigung führen. Exacte Begriffe und Naturgesetze bedingen sich ja gegenseitig. Will man aber Naturgesetze auffinden, so muss man auch ihre Existenz voraussetzen. Nun, eine einfache gesetzmässige Abweichung von der gleichförmigen Bewegung wäre vorhanden, wenn die Geschwindigkeit entweder proportional dem Fallraum oder proportional der Fallzeit zu nehmen würde. Und das sind denn auch die beiden Annahmen, welche Gallilei zunächst gemacht hat. In der Annahme, dass die Geschwindigkeit proportional dem durchfallenen Wege wächst, glaubt er dann bei näherer Ueberlegung Widersprüche zu finden, die zweite Annahme erscheint ihm dagegen als wahrscheinlich, und dementsprechend beschliesst er, sie durch das Experiment zu prüfen.

Da es aber leichter ist, den durchfallenen Raum als die Geschwindigkeit zu messen, so leitet er zunächst für diese Annahme die Beziehungen zwischen Fallraum und Geschwindigkeit her, und das geschieht in sehr verständlicher graphischer Weise, indem er die Zeit als Abscissen, die Geschwindigkeiten als Ordinaten abträgt. So gelangte er zu der bekannten Gleichung $s = \frac{1}{2} g t^2$, in der s den Fallraum, g die Zunahme der Geschwindigkeit in der Zeiteinheit oder Beschleunigung und t die Zeit bezeichnet. Diese Gleichung respective das darin ausgesprochene Naturgesetz findet dann Gallilei auf Grund von Experimenten, die er mit Hülfe seiner Fallrinne anstellt, durch die Erfahrung bestätigt, und damit hat der Begriff Beschleunigung seine Existenzberechtigung erhalten; er findet sich sozusagen in der Natur verwirklicht und kann dementsprechend dazu dienen, Naturvorgänge in einfacher Weise zu beschreiben.

An der Hand dieses Begriffes kann man dann auch weiter unterscheiden zwischen einer gleichförmig beschleunigten und einer ungleichförmig beschleunigten Bewegung, indessen hat die letztere zu neuen Begriffsbildungen bisher keine Veranlassung gegeben. Soweit derartige Bewegungen in der Natur von Bedeutung sind,

lassen sie sich im Allgemeinen, wie sich später zeigen wird, auf zwei Beschleunigungen von entgegengesetzter bezw. verschiedener Richtung zurückführen. Der Grössenart der Beschleunigung kommt nämlich ebenso wie der Geschwindigkeit und der Bewegungsgrösse ausser einem bestimmten Werth auch eine bestimmte Richtung zu, und dementsprechend lassen sich auch verschiedene Beschleunigungen in der gleichen Weise wie alle Vectorgrössen zusammensetzen.

Von diesem Gesichtspunkte aus findet sich die Beschleunigung nicht allein bei dem freien Fall der Körper verwirklicht, sondern ebenso bei jeder Wurfbewegung. Schon Gallilei gelang es zu zeigen, dass sich die krummlinige, parabolische Wurfbewegung zurückführen lässt auf eine gleichförmige Beschleunigung senkrecht zur Erdoberfläche und eine gleichmässige Geschwindigkeit in der ursprünglichen Richtung. Eine Zurückführung der kreisförmigen bezw. elliptischen Bewegung auf einfache Grössen gelang ihm dagegen nicht; die Lösung dieser Aufgabe vollbrachte erst 50 Jahre später Newton.

Combinirt man zwei geradlinige Beschleunigungen, so entsteht immer nur eine andere geradlinige Beschleunigung (Satz vom Parallelogramm der Beschleunigungen). Um zur kreisförmigen Bewegung zu gelangen, bedarf es dagegen der Schaffung einer neuen Grössenart, nämlich der Central- oder Centripetalbeschleunigung. Dieser Begriff wurde zuerst von Huyghens geschaffen und damit das sogenannte Problem des physischen Pendels gelöst; indessen ist es nach dem Vorgange Newton's üblich, ihn vorwiegend in Combination mit dem Begriff Masse zu gebrauchen, und dementsprechend empfiehlt es sich, zunächst den Kraftbegriff zu besprechen.

Rechnet man die Grössenart der Kraft zu den ableitbaren Begriffen, so wird sie definirt als das Product aus der Masse und der von dieser gezeigten Beschleunigung; ihre Dimension ist demgemäss, wenn sie selbst mit f bezeichnet wird, gegeben durch die Gleichung $f = mg = mlt^{-2}$. Da

aber die Beschleunigung sowohl negativ als positiv sein kann, d. h. eventuell auch eine Verzögerung mit umfasst, so gilt das Gleiche von der Kraft, auch sie kann unter Umständen einen negativen Werth besitzen, und dann repräsentirt sie eben eine Verzögerung einer Masse.

Des Weiteren characterisirt sich die Kraft noch ebenso wie die Beschleunigung — aus der sie ja durch Multiplikation mit der Masse hervorgeht — als eine Vectorgrösse. Der Satz vom Parallelogramm der Kräfte ergiebt alsdann nach dem Vorgang der gleichlautenden Sätze in Bezug auf Geschwindigkeit, Bewegungsgrösse und Beschleunigung von selbst, bezw. er ist in letzter Instanz ebenso wie diese als eine Erfahrungsthatsache hinzunehmen, und Erfahrungsthatsachen sind ja unbeweisbar.

Entsprechend dieser Definition existirt eine Kraft überall dort, wo eine Beschleunigung von Massen stattfindet, d. i. bei jeglicher Abweichung von der geradlinigen, gleichförmigen Bewegung, und ist eine solche Abweichung, eine irgendwie beschleunigte Bewegung nicht vorhanden, so kann auch von keiner Kraft die Rede sein. Nun finden wir bei den in der Natur vorkommenden sichtbaren Bewegungen durch die Erfahrung überall den Satz bestätigt, dass eine beschleunigte Bewegung oder eine Abweichung von der geradlinigen, gleichförmigen Bewegung immer nur dann auftritt, wenn entweder

1. ein einfacher oder mehrfacher Zusammenstoss bezw. eine Berührung zweier Körper stattfindet, oder
2. neben dem Körper, welcher die Beschleunigung zeigt, noch ein zweiter Körper oder mehrere vorhanden sind.

Wenn man demnach die gleichförmige geradlinige Bewegung als eine besonders ausgezeichnete betrachtet oder mit anderen Worten das Trägheitsprincip aufstellt und jede Abweichung davon auf eine gesetzliche Beziehung zu anderen Körpern zurückführt, so kann man hierin von

diesem Standpunkte aus auch eine durch die Erfahrung bestätigte Thatsache bezw. ein Naturgesetz erblicken. Von vornherein aber bildet die Aufstellung jenes Princips wohl mehr ein Uebereinkommen, denn ein Ergebniss der Erfahrung.

3. Was nun jene gesetzmässigen Beziehungen anbetrifft, die wir sonach zwischen zwei oder mehreren Körpern erfahrungsgemäss voraussetzen, sobald wir bei ihnen eine Beschleunigung, eine Abweichung von der geradlinig gleichförmigen Bewegung beobachten, so handelt es sich in beiden Fällen augenscheinlich um eine Uebertragung einer Bewegung von einem Körper auf einen anderen. Im ersten Falle findet diese Uebertragung scheinbar durch Berührung oder Stoss statt, und man spricht hier dementsprechend von Berührungs-, Stoss- oder Nahkräften. Im zweiten Falle findet die Uebertragung dagegen nicht unmittelbar, sondern immer nur aus einer gewissen Entfernung statt, und daher ist es hier üblich, die Bezeichnung Fernkraft zu gebrauchen.

Indessen sind die Gesetze, welche bei der Berührung bezw. dem Stoss obwalten, durchaus nicht einfach, und selbst wenn man sich auf die Vergleichung derjenigen Grössen beschränkt, welche vor und nach dem Stoss vorhanden sind, und den Vorgang selbst aus dem Spiele lässt, ist man nicht im Stande, die obwaltenden Verhältnisse durch ein allgemein gültiges Gesetz zu fixiren. Neben den Grössen Geschwindigkeit,Bewegungsgrösse,Beschleunigung, Kraft kommt hier gleichzeitig auch die Natur und Beschaffenheit der Körper selbst in Betracht, d. h. es machen noch andere Grössenarten, die einstweilen nicht auf die Urgrössenarten zurückgeführt sind, ihren Einfluss geltend.

Allgemein gilt nur der Satz, dass sich die Körper nach dem Stoss wiederum mit gleichförmiger geradliniger Geschwindigkeit, wenn auch in veränderter Richtung bewegen. Von einer Kraft, einer Beschleunigung von Massen kann also nur während des Stosses, nur während der

Dauer der Berührung, nicht aber mehr nach derselben die Rede sein.

Im Allgemeinen sind die Kräfte, d. h. die Beschleunigungen von Massen, welche bei der Berührung zweier Körper in Erscheinung treten, sehr verschiedenartig. Am einfachsten liegen die Verhältnisse, wenn beide Körper dem festen Aggregatzustande angehören, also eine constante Form und ein eigenes Volumen besitzen. Aber auch dann machen sich noch viele Complicationen geltend.

Im Speciellen lassen sich auf Grundlage der Erfahrung wohl zwei einfache Grenzfälle beim Zusammenstoss der Körper unterscheiden; aber schliesslich haben sie auch nur unter der Bedingung Giltigkeit, dass wir die Körper als homogene Kugeln annehmen, und dass der Stoss in centraler Richtung erfolgt.

Im ersten Falle bleiben beide Körper nach dem Stoss vereinigt, Geschwindigkeit und Richtung wird also bei beiden die gleiche, und die Grösse ergiebt sich als Quotient der Summe der Bewegungsgrössen dividirt durch die Summe der Massen. Körper, welche sich in dieser Weise ver halten, bezeichnet man als unelastisch.

Im zweiten Fall trennen sich die Körper nach dem Stoss, und die Geschwindigkeit, welche sie annehmen, ist im Allgemeinen eine verschiedene. Für ihre Bestimmung kommen aber dann nicht allein die Bewegungsgrössen der Körper, sondern ebenso sehr auch ihre Natur selbst, d. h. eine neue Grössenart in Betracht, welche man als die Elasticität der Körper bezeichnet. Es giebt indessen in dieser Hinsicht eine feste Grenze, und solche Körper, bei denen eine maximale Verschiedenheit in der Geschwindigkeit nach dem Stosse auftritt, bezeichnet man als vollkommen elastische Körper. Bei ihnen ist die Differenz der Geschwindigkeiten vor und nach dem Stosse die gleiche.

Der characteristischste Unterschied in dem Verhalten dieser beiden Körperklassen besteht also darin, dass bei der zweiten niemals die sichtbare Bewegung verloren gehen kann, während dies bei der ersten wohl möglich ist. Stossen

z. B. zwei gleiche unelastische Massen mit gleicher, aber entgegengesetzt gerichteter Geschwindigkeit auf einander, so tritt sogar scheinbare Ruhe ein.

Zwischen den durch die angeführten Gesetze festgelegten Grenzfällen giebt es aber Uebergänge, und im Allgemeinen folgen die Körper weder dem einen noch dem anderen Gesetz. Durch dieses verschiedene Verhalten der Körper beim Stoss wird demgemäss eine neue Grössenart — die Elasticität — geliefert, welche für die Messung von Kräften sowie für exacte Beschreibung der Naturvorgänge von fundamentalster Bedeutung ist.

Um sie näher kennen, d. h. messen zu lernen, wird es erforderlich, den Vorgang des Stosses selbst in Betracht zu ziehen. Zwei unelastische Massen zeigen nach dem Stosse eine Veränderung der Form, eine sogenannte Deformation, zwei Kugeln zeigen an der Stelle, wo sie auf einander trafen, eine Abplattung, sie berühren sich nicht mehr, wie früher, in einem Punkte, sondern in einer Ebene.

Zwei vollkommen elastische Massen lassen dagegen nach dem Stoss nicht die geringste Deformation erkennen. Bei näherem Studium zeigt sich aber, dass während des Vorganges selbst solche Körper sehr wohl eine Deformation aufweisen, dass sie indessen nur von vorübergehendem Character ist.

Das Wesen der Elasticität eines Körpers besteht also in der Fähigkeit, vorübergehende Deformationen annehmen zu können; und bei den festen Körpern erstrecken sich diese vorübergehenden Veränderungen sowohl auf das Volumen als die Form, bei den Flüssigkeiten, die keine eigene Form besitzen dagegen allein auf das Volumen.

Um die Grössenart der Elasticität zu messen, wird es demgemäss erforderlich, einerseits die Grösse der auftretenden Deformation, andererseits die Grösse des Stosses als der einwirkenden Kraft zu bestimmen. Diese Messungen werden aber, wenn es sich um Kugeln handelt, dadurch etwas complicirter, dass die Berührungs- oder Stossfläche während des Vorganges selbst variabel ist. Man ver-

meidet jene für die principielle Klarstellung unnöthige Complication, wenn man einen Fall in Betracht zieht, wo sich zwei Körper in ebenen Flächen treffen, z. B. wenn man zwei Prismen oder Cylinder mit gleichen Endflächen auf einander stossen lässt. Dann ergiebt sich die Deformation im Wesentlichen als eine vorübergehende Verkürzung in der Richtung des Stosses. Daneben wird freilich noch eine seitliche Dilatation auftreten, indessen können wir diese hier zunächst bei Seite lassen.[1]) Die einwirkende Kraft aber gestaltet sich in allen Punkten der Endflächen gleich gross. Wenn in dieser Weise eine Kraft, d. i. eine Beschleunigung von Massen, nicht in einem Punkte, sondern gleichmässig in einer Fläche angreift, dann spricht man von einem Drucke oder einer Spannung. Der Druck stellt also, genau genommen, eine neue Grössenart — eine Abart der Kraft — dar, und die Dimension derselben ist:

$$\text{Druck} = \frac{\text{Kraft}}{\text{Fläche}} = \frac{f}{l^2} = \frac{mg}{l^2} = \frac{mlt^{-2}}{l^2} = ml^{-1}t^{-2}.$$

Unter Benutzung dieser neuen Grössenart lässt sich dann das aus der Erfahrung stammende Naturgesetz, welches während des Stosses der vollkommen elastischen Körper obwaltet, dahin aussprechen, dass die auftretenden vorübergehenden Deformationen dem Druck proportional sind.

Indessen existirt für jeden Körper, abgesehen von einer geringen elastischen Nachwirkung, in dieser Hinsicht eine bestimmte Grenze, über die hinaus das Gesetz keine oder nur unvollkommene Giltigkeit hat. Wird jene Grenze überschritten, so erleidet der Körper eine bleibende Deformation.

---

[1]) Dementsprechend bedarf er zur vollständigen Characterisirung der Elasticität eines homogenen festen Körpers zweier Constanten. Besondere Verhältnisse bestehen freilich bei den Krystallen; im allgemeinsten Fall — dem triklinen Systeme, werden hier zur völligen Bestimmung der Elasticität nicht weniger als 21 Constanten gefordert.

Die Elasticität ist also hiernach eine Grössenart, welche durch die Urgrössenarten Raum, Zeit und Masse gemessen werden kann. Die Elasticität hat ausserdem im Allgemeinen für jeden Körper einen bestimmten Werth, und kennt man ihn, so lässt sich natürlich auch eventuell bei Einwirkung einer Kraft umgekehrt aus der Grösse der auftretenden Deformation die Grösse der Kraft bestimmen.

So gelangt man also gleichzeitig zu einer neuen Methode der Messung von Kräften sowie zu einer objectiven Zurückführung der Grössenart der Elasticität auf die Urgrössenarten Zeit, Raum und Masse. Eine derartige, allein durch die abstracten Naturgesetze vermittelte Zurückführung steht aber unserem Geiste sozusagen fremd gegenüber; um sie verständlicher[1]) zu machen, bedarf es einer ergänzenden subjectiven Zurückführung oder anschaulichen Erklärung, und diese bietet der heutigen Forschung noch grosse Schwierigkeiten. Am erfolgreichsten dürfte die vorliegende Aufgabe wohl durch Lord Kelvin[2]) bearbeitet worden sein, indem er zeigte, dass völlig unelastische Körper durch Bewegungen die Eigenschaft der Elasticität erlangen können. So ist z. B. ein mit Wasser gefüllter Gummischlauch völlig biegsam und jedem Drucke nachgebend; befindet sich dagegen das Wasser in schneller Circulation, so zeigt er die Eigenschaft der Elasticität, und allgemein lässt sich die elastische Starrheit der festen Körper erzeugen, indem man eine homogene structurlose Flüssigkeit in Bewegung versetzt bezw. mit Wirbeln erfüllt. Selbst die Elasticität der Atome erscheint in dieser Weise anschaulich verständlich, indem man sie als Wirbel[3]) in einem continuirlichen Medium auffasst. Vom principiellen Standpunkt kann also die Elasticität schlechthin als eine auf die Urgrössenarten zurückführbare Eigenschaft angesehen werden.

---

[1]) vgl. Kapitel II, p. 30.

[2]) Populäre Vorträge u. Reden. Bd. 1, p. 114 u. 180. Berlin 1891.

[3]) vgl. p. 73.

Bei dem elastischen Stosse ist die in Erscheinung tretende Kraft eine momentane, die Beschleunigung bezw. Verzögerung der Massen dauert nur kurze Zeit, im nächsten Moment tritt wieder gleichförmige geradlinige Bewegung ein.

Durch Häufung einer grossen Anzahl von elastischen Stössen, welche sich gleichmässig über eine Fläche vertheilen, können dagegen auch constante Kräfte, constante Drucke erzeugt werden.

Denken wir uns z. B. eine Anzahl gleich kleiner elastischer Kugeln in ein würfelförmiges Gefäss mit elastischen Wänden eingeschlossen, so resultirt, falls die Kugeln einmal in Bewegung gesetzt sind, ein constanter gleichmässiger Druck auf die Wände, und die Stärke desselben berechnet sich nach der bekannten Formel $p = \frac{\frac{1}{3} mnc^2}{v}$, wo m die Masse, n die Anzahl und c die mittlere Geschwindigkeit der Kugeln, v dagegen das Volumen des Gefässes bezeichnet.

Nimmt man nun ferner an, dass diese Kugeln von der Grösse der Atome oder schliesslich unendlich klein sind, so kann man sich in solcher Weise jeden dauernden Druck, jede constante Kraft veranschaulichen. Uebrigens ist es hierbei durchaus nicht nothwendig, dass man von diskreten Massentheilchen ausgeht; auch in einem continuirlichen Medium müssen durch vorhandene Pulsationen und Schwingungen, kurz Beschleunigungen jeglicher Art, constante Druck- und Zugkräfte hervorgerufen werden und alle derart erzeugten Bewegungen entsprechen der oben gegebenen Definition, wonach eine Kraft nur dort anzunehmen ist, wo eine Beschleunigung von Massen existirt. Der Begriff der Beschleunigung umfasst ja auch jede Verzögerung und Richtungsänderung einer Bewegung, und bei dem Anprall der Atome aneinander und an die Wände des Gefässes bezw. den Schwingungen in einem continuirlichen Medium findet ein fortwährender Richtungswechsel sowie

eine abwechselnde Zu- und Abnahme der Geschwindigkeit statt.

Wo auch immer eine constante Kraft in Erscheinung tritt, sie lässt sich hiernach stets durch eine Bewegung von Massen veranschaulichen. In vielen Fällen aber wird die Existenz der dann geforderten Massen ebenso wie die ihrer Bewegungen nicht nachzuweisen sein. Man spricht dann — nach dem Vorgange von Helmholtz [1]) — gleicherweise wie von verborgenen Bewegungen, so auch von verborgenen Massen. Und dieses Vorgehen wird zur Nothwendigkeit, wenn man bei der Beschreibung der Naturvorgänge consequent mit den drei Urgrössenarten Zeit, Raum und Masse auskommen will.

4. Was diejenigen Einwirkungen anbetrifft, welche die Körper, auch ohne sich zu berühren, auf einander ausüben, so bedurfte es zur Auffindung der hier herrschenden Gesetze erst einer näheren Kenntniss der Bewegungen der Himmelskörper. Die Bewegungen, wie sie auf unserer Erde stattfinden, bieten eben wegen der vielen Körper, welche in Betracht kommen, zu complicirte Verhältnisse dar. Erst nachdem Kopernikus und Keppler die Bewegungen unseres Sonnensystems aufgeklärt hatten, war es möglich, die gesetzliche Einwirkung zweier Körper aus der Ferne zu erkennen, und derjenige Forscher, welchem diese Aufgabe zuerst gelang, war bekanntlich Newton. Durch Vergleichung der Fall- und Wurfbewegung mit der Bewegung des Mondes um die Erde und sodann der Erde um die Sonne gelangte er dazu, dass allgemeine Gesetz, das hier obwaltet, zu fassen. Es ist dies das sogenannte Gravitationsgesetz, nach dem schlechthin zwei Körper aus der Ferne in der Weise auf einander einwirken, dass jeder die gleiche Grösse der Kraft erkennen lässt (Wirkung und Gegenwirkung sind gleich), und dass diese Grösse dem Product der beiden Massen direct, dem Quadrat des Abstandes dagegen um-

[1]) Journ. f, reine u. angewandte Mathematik 97. p, 111 u. 317. Hertz, Die Principien der Mechanik, Leipzig. p. 30 u. 159 § 301.

gekehrt proportinal ist, und dass schliesslich die Richtung der in Erscheinung tretenden Kräfte bestimmt wird durch die Verbindungslinien der beiden Körper bezw. ihrer Massenmittelpunkte (Schwerpunkte). Bezeichnen also m_1 und m_2 die Massen der beiden Körper, v ihre Entfernung und k eine Constante, welche die Einwirkung zweier Masseneinheiten in der Entfernung 1 darstellt, so ist die Kraft f, die bei jedem der Körper auftritt, $f = k \frac{m_1 m_2}{v^2}$.

Durch die Auffindung dieses Naturgesetzes wurde dann auch gleichzeitig ein neuer Begriff, eine neue Grössenart geschaffen, nämlich der Begriff „Kraftcentrum". Die Dimension dieser neuen Grössenart ist die gleiche, wie die der Kraft schlechthin: $f = m \cdot g = m l t^{-2}$. Der Unterschied liegt nur in der Richtung; bei dem reinen Kraftbegriff ist die Richtung constant, bei dem Begriff Kraftcentrum dagegen variabel. Das Kraftcentrum, oder die Centripetalkraft repräsentirt sich eben als Product aus einer Masse und einer Centralbeschleunigung.

Der Begriff Kraftcentrum stellt demnach gleicherweise wie der Begriff Druck eine Abart des Kraftbegriffs dar und ist in letzter Instanz ebenso wie dieser nur ein Zeichen, um sich eine bestimmte Beschleunigung von Massen zu vergegenwärtigen.

Um Fernkräfte und Kraftcentren zu messen, hat man demgemäss nur die Beschleunigung sowie die Masse eines der beiden aufeinander wirkenden Körper zu bestimmen. Für Massen von übersehbarer Grösse sind die auftretenden Fernkräfte zumeist sehr gering; sie werden erst erheblich, wenn dabei unsere Erde als der eine Factor in Betracht kommt. Unter besonderen Verhältnissen können aber auch zwischen Körpern von geringer Ausdehnung recht erhebliche Einwirkungen aus der Ferne stattfinden, aber immer scheint das gleiche Gesetz maassgebend zu bleiben.

So kennen wir bekanntlich fünf gleichlautende Gesetze, welche alle von Kräften handeln, die nach dem Quadrat der Entfernung abnehmen, nämlich:

1. das Newton'sche Gravitationsgesetz;
2. das Gesetz, welches die Abnahme der Lichtintensität regelt;
3. das Coulomb'sche Gesetz für statische Electricität und den Magnetismus;
4. das Biot-Savart'sche Gesetz des Electromagnetismus;
5. das Ampère'sche Gesetz der electrodynamischen Wirkungen.

Nach den Principien der Naturforschung können aber alle diese Gesetze nur so weit als richtig und giltig angesehen werden, als sie durch völlig einwandfreie Beobachtungen und Messungen bestätigt wurden, und am genauesten geprüft wurde das Coulomb'sche Gesetz für statische Electricität. Hier gestaltet sich die Controle am einfachsten; in dem Grade, als das Gesetz richtig ist, darf sich die freie Electricität eben einzig an der Oberfläche eines Conductors ansammeln, und Maxwell zeigte auf diesem Wege, dass die Abweichungen jedenfalls geringer sein müssen, als $^1/_{40000}$ des Werthes. Von den übrigen Gesetzen könnten dagegen sehr wohl grössere Abweichungen existiren, ohne dass sie heutigen Tages mit Sicherheit nachweisbar wären, und namentlich dürften die an vierter und fünfter Stelle angeführten Gesetze aus mancherlei Gründen nur als Annäherungsgesetze zu betrachten sein.

Auch das Gravitationsgesetz bildet in dieser Hinsicht keine Ausnahme. Bis auf Entfernungen von $^1/_{40000}$ cm scheint freilich die Einwirkung von Massen nicht grösser zu sein, als sie dem Newton'schen Gesetz entspricht; diejenigen Kräfte[1]) aber, welche bei der directen Berührung, bei der Adhäsion, in Erscheinung treten, sind jedenfalls sehr viel stärker. Indessen direct nothwendig wird damit für diese Fälle die Verwerfung des Gesetzes noch

[1]) Während die bei der Adhäsion auftretenden Kräfte etwa rund millionenmal stärker sind, als sie sich nach dem Gravitationsgesetz berechnen, sind diejenigen Kräfte, welche zwischen entgegengesetzt geladenen Atomen oder Ionen wirksam sind, noch weit (etwa trillionenmal) grösser.

nicht. Gefordert wird dann aber — wie Lord Kelvin[1]) zeigte — die Annahme, dass die Atome und Moleküle nur einen ganz minimalen Bruchtheil ihrer sogenannten Wirkungssphäre ausfüllen; denn in dem Maasse als dieser Bruchtheil kleiner wird, lässt sich die auf Grundlage des Gesetzes geforderte Kraftäusserung unbegrenzt steigern. Mit Hilfe der Heterogenität der Materie liesse sich also eventuell auch wohl die Cohäsion und Adhäsion auf das Newton'sche Gesetz zurückführen.

Ebenso muss es als eine offene Frage betrachtet werden, inwieweit das Newton'sche Gesetz auch noch für die Dimensionen des Fixsternhimmels als richtig gelten kann. So gelangten C. Neumann[2]) und Seeliger[3]) auf Grund eingehender Studien zu der Ansicht, dass die bisherige Form derselben nicht als universellster Ausdruck bestehen bleiben dürfte, wenn auch innerhalb unseres Planetensystems die Abweichungen unmerklich klein bleiben sollten.

Von den verschiedenen Fernwirkungen, welche annäherungsweise jedenfalls alle durch das Newton'sche Gesetz beherrscht werden, wurden nun schon frühzeitig die Strahlungserscheinungen auf vermittelte Wirkungen oder Nahekräfte zurückgeführt, und maassgebend war hierfür wohl der Umstand, dass man dem Licht eine endliche Fortpflanzungsgeschwindigkeit zulegen musste. Für die electrischen und magnetischen Fernwirkungen stellte sich das gleiche Bedürfniss heraus, nachdem Faraday die Thatsache festlegte, dass für diese Wirkungen das Zwischenmedium von Einfluss ist, und als eigentliche Fernwirkung kann demgemäss zur Zeit nur noch die Gravitation in Frage kommen. Würde man gezwungen werden, derselben eine endliche Fortpflanzungsgeschwindigkeit zuzuschreiben, so müsste auch sie nothwendig auf Nahewirkungen zurück-

[1]) Populäre Vorträge u. Reden, Bd. I, p. 3. Berlin 1891.

[2]) Allgemeine Untersuchungen über das Newton'sche Princip der Fernwirkungen. Leipzig 1896.

[3]) Astronomische Nachrichten, Bd. 137, p. 129 (1895).

geführt werden, denn das Princip von der Erhaltung der Energie fordert in der Zwischenzeit die Existenz der Energie. Die gleiche Bedeutung würde auch einer Beobachtung zukommen, nach der die Gravitation von vorhandenen Zwischenkörpern beeinflusst wird; indessen haben die bisherigen Versuche nach dieser Richtung kein entscheidendes Resultat gezeitigt.

An Bemühungen, die Gravitation auf Nahewirkungen zurückzuführen, hat es freilich auch so nicht gefehlt. Rein mathematisch betrachtet, ist diese Zurückführung ja ohne Weiteres gegeben durch die Poisson'sche Differentialgleichung

$$\frac{\partial X}{\partial x}+\frac{\partial Y}{\partial y}+\frac{\partial Z}{\partial z}=4\pi\rho,$$

in der X, Y und Z die Componenten der Kraft parallel den Achsen x, y und z bedeuten und ρ die Dichte des betreffenden Mediums ist. Dem anschaulichen Bedürfniss wird dadurch aber keine Rechnung getragen. In letzterer Hinsicht stehen hauptsächlich zwei verschiedene Wege zur Verfügung, je nachdem man vom Stoss diskreter Massentheile ausgeht oder von den Druckäusserungen in einem continuirlichen Medium, und demgemäss lassen sich die hierher gehörigen Hypothesen in zwei Gruppen bringen. Soweit sie der ersten Gruppe angehören, fordern sie alle die Annahme einer atomistischen Structur des welterfüllenden Aethers und eine ungeheuere Geschwindigkeit der kleinsten Theile. Bei den Hypothesen der zweiten Gruppe wird dagegen eine ungeheure Spannung des continuirlichen Mediums vorausgesetzt. In jedem Falle muss also eine unermessliche Menge von Energie gefordert werden, um z. B. die geringe Gravitation eines einzigen Kilos zu erklären, und überdies bleiben mehr oder minder grosse Schwierigkeiten und Bedenken doch überall zurück.

Als befriedigend lassen sich desshalb die zur Zeit vorliegenden Gravitationshypothesen nicht bezeichnen, indessen auch die Vorstellungen, welche zur Veranschaulichung der electrischen und magnetischen Fernwirkungen dienen, entsprechen ebensowenig den zu stellenden Anforderungen.

Characteristisch für die ganze Sachlage ist wohl ein Ausspruch von Hertz[1]); er sagt: „Maxwell geht aus von der Annahme unvermittelter Fernkräfte — und untersucht die Gesetze, nach welchen sich unter ihrem Einfluss der dielectrische Aether polarisirt bezw. verändert, und endet mit der Behauptung, dass diese Polarisationen sich wirklich so verändern, ohne dass in Wahrheit Fernkräfte die Ursachen seien. Dieser Gang hinterlässt das unbefriedigende Gefühl, als müsse entweder das schliessliche Ergebniss oder der Weg unrichtig sein".

Aehnliche Erwägungen dürften auch für alle Gravitationstheorien am Platze sein. Der Beobachtung direct zugänglich sind ja immer nur die Bewegungen und Veränderungen der ponderablen Materie, nicht aber diejenigen des Aethers; diese bleiben demgemäss auch stets hypothetischer Natur.

Andererseits darf man freilich auch nicht vergessen, dass eine Zurückführung aller Fernewirkung auf Nahewirkung und somit auf Veränderungen des Aethers von vornherein zur Nothwendigkeit wird, wenn man bei der Beschreibung der Naturvorgänge mit den drei Urgrössenarten Zeit, Raum und Masse auskommen will. Dementsprechend kann auch jenen Theorien die Existenzberechtigung nicht abgesprochen werden, und zumal dann nicht, wenn neben der Auffindung der abstracten Naturgesetze auch ihre Veranschaulichung zu den Aufgaben der Wissenschaft gerechnet wird. Von grösserer Bedeutung für die eigentliche Forschung aber können jene Hypothesen erst in dem Grade werden, als eine Festlegung der Genauigkeitsgrenzen der Fernwirkungsgesetze gelingt sowie eine Prüfung ihrer Consequenzen möglich wird. Ein Naturgesetz[2]) hat eben nur soweit als unabänderlich feststehend zu gelten, als es durch die Beobachtungen und Messungen gesichert ist; im Allgemeinen aber ist es zu betrachten als etwas, das in der Entwickelung begriffen ist.

[1]) Wied. Ann. **40**, 577.

[2]) vgl. p. 26.

5. Eine principiell andere Bedeutung erhält die Grössenart der Kraft, sobald sie neben Zeit, Raum und Masse respective an Stelle der letzteren zu den selbstständigen Urgrössenarten gerechnet wird. Alsdann gilt sie nicht mehr als eine Beschleunigung von Massen, sondern als die unabhängig und vor der Bewegung und Beschleunigung vorhandene Ursache der Beschleunigung. Die anschauliche Vorstellung geht dann verloren und wird eventuell perhorrescirt, es sei denn, dass man hier eine doppelte Bedeutung zulässt und die Kraft einmal als das Product aus Masse und Beschleunigung betrachtet, das andere Mal dagegen als eine Art immanenten Bestrebens, eine Beschleunigung von Massen hervorzurufen.

Eine solche Doppelbedeutung steht aber mit dem Wesen der exacten Forschung nicht im Einklang; sie kann nur völlig eindeutige Begriffe gebrauchen, andernfalls entstehen Unklarheiten und Widersprüche.

In vielen Fällen ist ja die Ursache einer beschleunigten Bewegung augenscheinlich, so z. B. beim Stoss, wiederum eine Bewegung und nicht eine Kraft, insofern darunter etwas von der Bewegung Unabhängiges und Selbstständiges verstanden wird. Andrerseits lässt sich auch eine Kraft wie die Centrifugalkraft, die scheinbar nicht in einer Bewegung besteht, aber doch die Ursache einer Bewegung werden kann, sehr wohl durch eine kreisförmige Bewegung erzeugen. Für unser Anschauungsvermögen indessen wird die Annahme, dass etwas, was nicht Bewegung ist, sich in Bewegung umsetzt und umgekehrt — stets unverständlich und unfassbar bleiben. Lässt man sie gelten, so bleibt sozusagen eine Lücke[1]) in der Naturbeschreibung und von diesem Standpunkt aus kann natürlich über den Entwickelungsgang der Forschung kein Zweifel bestehen.

In den meisten Lehrbüchern der Physik wird diese Doppelbedeutung des Kraftbegriffs freilich heute noch

---

[1]) vgl. Kap. II, p. 52.

beibehalten, und die dann nothwendig auftretenden Unklarheiten und Widersprüche mehr oder minder verdeckt respective übergangen. Es fehlt eben noch an einer anerkannten einfachen und elementaren Art der Begriffsbildung, welche jene Schwierigkeiten beseitigt. Dass die Lehren der Mechanik und Physik nicht mit voller logischer Strenge dargestellt werden können, sobald man von vier fundamentalen Grundbegriffen ausgeht, wurde zuerst wohl von Kirchhoff erkannt, und in seinen Vorlesungen über Mechanik findet sich dementsprechend der selbstständige Kraftbegriff vollständig ausgemerzt. Zur gleichen Ansicht gelangte unabhängig auch schon E. Mach in seinem Werke „Die Mechanik in ihrer Entwickelung"; am klarsten dargestellt aber findet sich die Nothwendigkeit dieses Vorgehens wohl in Hertz' „Principien der Mechanik".

Eine andere Frage aber bleibt es, ob nicht der selbstständige Kraftbegriff an Stelle des Massenbegriffs zu setzen ist, und dementsprechend in letzter Instanz alle Massen als Agglomerate von Kraftcentren zu gelten haben. Noch bis in die Mitte unseres Jahrhunderts wurde es ja allgemein als Aufgabe der Wissenschaft betrachtet, alle Naturerscheinungen auf die zwischen den kleinsten Theilchen der Materie wirksamen verschiedenen Fernkräfte zurückzuführen, und von diesem Standpunkt bis zur völligen Ausmerzung des selbstständigen Massenbegriffs ist nicht weit. Indessen die neuere Entwickelung der Forschung ist diesem Gedankengange nicht günstig gewesen, und in Sonderheit war es wohl die Auffindung des Princips von der Erhaltung der Energie, welche diesen Wechsel veranlasste. Zu dem kommt, dass der selbstständige Kraftbegriff nur schwer von einigen Unklarheiten zu befreien ist. Die Ursache einer Beschleunigung bleibt, wie jede andere Ursache, immer mit dem Causalitätsprincip verknüpft, dieses hat aber bisher eine völlig einwandsfreie der exacten Forschung genügende Fassung nicht erhalten, und dementsprechend sind auch wohl alle Schwierigkeiten, welche dem Kraftbegriff als fundamentale Grössenart an-

haften und von Hertz [1]) vorgebracht werden, im Wesentlichen auf diesen Umstand zurückzuführen.

Was andererseits diejenigen Gründe anbetrifft, welche für eine selbstständige Bedeutung des Kraftbegriffs sprechen, so basiren sie wohl mehr oder weniger alle auf der Existenz unseres Kraftsinnes.

Erleidet nämlich der menschliche Körper oder ein Theil desselben eine Beschleunigung, so ist dies noch mit einer besonderen Empfindung, dem sogenannten Muskel- oder Kraftgefühl, begleitet, wir sagen dann, wir üben eine Kraft aus oder wir erleiden die Einwirkung einer Kraft. Und diese Ausdrucksweise ist man auch gewohnt auf leblose, fremde Körper auszudehnen; der selbstständige Kraftbegriff stellt also hiernach ein Stück Anthropomorphismus dar. So heisst es nach dem Sprachgebrauch, dass der gespannte Bogen eine Kraft auf den Pfeil ausübt, dass die Kraft des Dampfes die Lokomotive treibt. In der gleichen Weise liegen die Verhältnisse auch, wenn man sagt, dass z. B. gewisse chemische Substanzen durch das Licht zersetzt werden, oder dass der Knall einer Explosion die Fenster erzittern lässt.

Nur ist unser Unterscheidungsvermögen, unsere Erkenntniss in diesen Fällen sozusagen weiter fortgeschritten. Niemand denkt mehr daran, dass diejenigen Gefühle, welche wir Schall und Licht nennen, bei den genannten Vorgängen irgend eine Rolle, und zumal die der Ursache spielen, und man hält es deshalb auch garnicht erforderlich, hier stets von Luft oder Aetherschwingungen zu reden. Man spricht einfach von Schall und Luft, versteht darunter aber bestimmte Bewegungserscheinungen der Luft bezw. des Aethers.

Analoge Verhältnisse finden sich nun bei dem Kraftbegriff. Auch hier haben wir zu unterscheiden — ebenso wie bei den Begriffen Schall, Luft etc. — zwischen einer sozusagen metaphysischen Auffassung und einer formalen oder exacten Auffassung. Die erstere, die metaphysische,

[1]) l. c. 5—16.

selbstständige Auffassung des Kraftbegriffs basirt auf unserem Empfindungsvermögen, auf dem inneren Kraftsinn, eine anschauliche Deutung kommt ihr nicht zu; sie repräsentirt im Wesentlichen das, was man unter der Kraft als Ursache der Bewegung versteht. Die zweite, formale oder exacte Auffassung des Kraftbegriffs basirt auf unserem Vorstellungsvermögen und enthält das, was man als objective Grundlage hinstellt. Und in der gleichen Weise, wie als objective Grundlage des Schalls eine Schwingung der Luft hingestellt wird, so hat als objective Grundlage der Kraft eine Beschleunigung von Massen, d. h. irgend eine Abweichung von der geradlinigen gleichförmigen Bewegung, zu gelten.

Wie es aber in einem früheren Stadium der Physik nicht möglich war, alle Besonderheiten der Schallempfindung auf bestimmte Schwingungsformen der Luft zurückzuführen, so ist es auch heute noch nicht möglich, alle Kraftäusserungen auf bestimmte Bewegungsvorgänge von Massen zurückzuführen. Und so lange dies nicht der Fall ist, kann man der metaphysischen selbstständigen Auffassung des Kraftbegriffs die Existenzberechtigung nicht absprechen.

Auf der Annahme eines selbstständigen Kraftbegriffs basiren in letzter Instanz auch mehr oder weniger alle Unterscheidungen von Kraftarten. Wenn z. B. von Kräften gesprochen wird, die in einem Punkte, einer Linie (Oberflächenspannungen), einer Fläche oder der ganzen Masse (Fernkräfte) angreifen, so wird hier zunächst immer von der Vorstellung einer Beschleunigung von Massen abgesehen; und ebenso liegen die Verhältnisse, wenn man zwischen einseitigen und zweiseitigen Kräften unterscheidet.

Eine Beschleunigung der Körper tritt ja nur dann ein, wenn eine Berührung mit einem anderen Körper stattfindet, oder andere Körper sich in der Ferne vorfinden. Das Auftreten einer Kraft, d. i. einer Beschleunigung von Massen, wird also immer bedingt durch die Existenz zweier verschiedener Massen; und wenn man dann die ganze gegenseitige Wirkung dieser beiden Massen ins Auge fasst,

hat man es mit sogenannten zweiseitigen Kräften zu thun. Beschränkt man dagegen die Aufmerksamkeit auf die Wirkung einer einzelnen Masse, dann spricht man von einseitigen Kräften. Einer Beschleunigung eines einzelnen Körpers kommt selbstverständlich stets eine bestimmte und einseitige Richtung zu und dementsprechend kann es — soweit es sich um den formalen, exacten Kraftbegriff handelt — zunächst immer nur einseitige Kräfte geben. Insofern sich aber die Beschleunigung auch auf kleine oder die kleinsten Theile eines Körpers erstrecken kann und dann eine continuirliche Richtungsänderung möglich ist, lässt sich natürlich auch in diesem Sinne von zweiseitigen Kräften sprechen.

Allgemein aber zeigt sich hier, wie sehr die Verwechselung bezw. Identificirung des formalen und des selbstständigen Kraftbegriffes in der Wissenschaft üblich ist. In neuerer Zeit wird freilich der metaphysische oder selbstständige Kraftbegriff vielfach durch den Energiebegriff verdrängt, und in mancher Beziehung lässt sich dieser Vorgang auch wohl als eine Entwickelung jenes Begriffes zum Energiebegriff ansprechen.

Bis zum 16. Jahrhundert war die anthropomorphe Auffassung des Kraftbegriffs, wie sie von Aristoteles herrührte, die allgemeine, die herrschende. Die Kräfte galten schlechthin als natürliche Anlagen, welche den Stoffen innewohnen und sie zu ganz bestimmten Wirkungen und Bewegungen veranlassten. Der erste, welcher mit diesen Anschauungen brach, war Gallilei; er stellte die Kraft als Ursache einer Beschleunigung hin und erblickte in der letzteren das Maass derselben. Damit wurde das exacte Stadium eingeleitet, die Kraft hatte den Character einer messbaren Grösse erhalten.

Eine völlige Klarstellung und Festlegung dieser fundamentalen Begriffsbildung erfolgte aber erst durch Newton und zwar durch Aufstellung seiner bekannten drei Axiome. Indessen Gallilei wie Newton unterschieden noch nicht zwischen einer formalen exacten Auffassung und einer metaphysischen selbstständigen Auffassung des Kraft-

begriffes; beide wurden vielmehr stetig verwechselt und wenn auch nicht völlig identificirt, so doch höchstens gelegentlich als Ursache und Wirkung unterschieden. Und soweit man es mit der Kraft als Ursache zu thun hatte, blieb es bei der früheren anthropomorphen Vorstellungsweise; sie wurde als ein immanentes Bestreben, als eine elementare Eigenschaft, kurz als etwas Reales und selbstständig Existirendes hingestellt.

Entsprechend dieser Geistesgewöhnung finden wir dann, dass zur Erklärung bezw. Beschreibung der optischen, thermischen, electrischen und magnetischen Vorgänge eine Reihe von Stoffen angenommen wurde, um als Träger der geforderten ursächlichen Kräfte zu fungiren. Das Verhältniss dieser Stoffe zu einander und zur gewöhnlichen Materie blieb dabei gänzlich unberücksichtigt. Nach der Einführung der Waage in die Chemie zeigte sich dann, dass alle diese Stoffe der Schwere nicht unterliegen, d. h. Imponderabilien darstellen; indessen wurde desshalb ihre reale Existenz noch lange nicht angezweifelt. Das geschah erst viel später, als das Princip von der gegenseitigen Umwandlung dieser Kräfte hervortrat; denn sind sie jeder Zeit und in jeder Menge in einander umzusetzbar, so können sie nicht reale selbstständige Existenzen sein.

Mit der Auffindung und Anerkennung des Gesetzes von der Erhaltung der Kraft wurde dann die Aufgabe der verschiedenen Imponderabilien und der ihnen immanenten realen Kräfte sozusagen zur Nothwendigkeit. Gleichzeitig stellte sich aber heraus, dass dasjenige, was nach diesem Naturgesetz als constant zu gelten hat, sich von derjenigen messbaren Grössenart, welche dem eigentlichen Kraftbegriff entspricht, wesentlich unterscheidet und vielmehr derjenigen Grössenart aequivalent ist, die man früher als lebendige Kraft, in neuerer Zeit dagegen als Energie bezeichnet Dementsprechend ist es dann auch ohne Weiteres verständlich, dass bei allen physikalischen Betrachtungen der selbstständige Kraftbegriff immer mehr und mehr durch den Energiebegriff verdrängt wird.

VII. Kapitel.

Die Energie.

In Bezug auf den Energiebegriff herrschen ähnliche Verhältnisse, wie beim Kraftbegriff. Je nachdem man ihn zu den selbstständigen Urgrössenarten rechnet oder als ableitbar hinstellt, wird die Bedeutung eine andere. Im ersten Falle muss sein Denkinhalt schliesslich als schlechthin gegeben betrachtet werden; im zweiten Falle ist er dagegen aus den Grössenarten Zeit, Raum und Masse abzuleiten. Mit dem Energiebegriff wird vielfach auch völlig identificirt der Begriff der Arbeit; correcter Weise darf aber von Arbeit nur in dem Sinne von Energieumwandlung oder Uebertragung die Rede sein.

Was die Ableitung des Energiebegriffs anbetrifft, so lässt sie sich am besten bewerkstelligen, indem man definirt, die Arbeit bezw. die umgewandelte Energie wird gemessen durch das Product aus der auftretenden Kraft und dem zurückgelegten Weg. Bezeichnen wir also die Arbeit mit E, so ist die Dimension derselben gegeben durch die Gleichung $E = f.l$ oder, da die Dimension der Kraft $f = mg = mlt^{-2}$, so ergiebt sich: $E = ml^2t^{-2}$.

Entsprechend dieser Definition wird also Arbeit stets geleistet, wenn sich eine beliebige Masse mit beschleunigter Geschwindigkeit bewegt. Dabei ist aber zu beachten, dass gemäss der aufgestellten Definition der Beschleunigung diese sowohl eine Verzögerung als eine Richtungsänderung mit umfasst, also auch unter jenen Umständen Arbeit geleistet wird. Was die Ermittelung der Grösse der in

LIBRARY OF THE UNIVERSITY OF CALIFORNIA

solcher Weise geleisteten Arbeit betrifft, so liegen die Verhältnisse sehr einfach, wenn die Kraft sowohl nach Grösse als Richtung constant, d. h. die Beschleunigung gleichmässig und geradlinig ist. Dann berechnet sich die Arbeit ohne Weiteres nach der Gleichung $E = f \cdot l$.

Ein solcher Fall liegt z. B. vor bei dem freien Fall der Körper. Hier ist die constante Kraft f gleich dem Product aus der Masse m und der constanten Beschleunigung g von 9,8 Meter, d. i. $E = m \cdot g \cdot l$.

Man kann die geleistete Arbeit aber auch leicht mit Hülfe der erlangten Geschwindigkeit des Körpers ausdrücken. Die Beschleunigung ist ja gleich der Differenz der Geschwindigkeiten zu Anfang und Ende einer Sekunde. Bezeichnet man diese mit v und v_1, so wird also $g = (v_1 - v)$.

Die Strecke l lässt sich ferner gleichfalls aus der Geschwindigkeit herleiten. Ist wiederum v die Geschwindigkeit zu Anfang, v_1 dieselbe zu Ende der Sekunde, so ist die mittlere Geschwindigkeit $= \frac{v + v_1}{2}$ und diese stellt ja die während der Sekunde zurückgelegte Strecke dar; es ist also $l = \frac{v_1 + v}{2}$ und demnach

$$E = \tfrac{1}{2} m (v^1 - v)(v^1 + v) = \tfrac{1}{2} m v_1^2 - \tfrac{1}{2} m v^2.$$

Wird die Anfangsgeschwindigkeit gleich 0 angenommen, so ergiebt sich also die Arbeit $E = \frac{1}{2} m v_1^2$.

Die Arbeitsleistung beim freien Fall eines Körpers berechnet sich also, wenn man allgemein von der Zeit absieht, nach der Formel $E = \frac{1}{2} m v^2$. Es ist hierbei aber zu beachten, dass die Erde während des Fallens die gleiche Arbeitsleistung erleidet, nur ist die Geschwindigkeit bezw. die zurückgelegte Wegstrecke der Erde — wegen der ungeheuren Masse — so gering, dass sie nicht in Erscheinung tritt.

Berücksichtigt man auch diese, sich äusserlich nicht bemerkbar machende Arbeit, und bedenkt man, dass Wirkung und Gegenwirkung einander stets gleich sind, so berechnet sich die Arbeitsleistung während des freien Falls eines

Körpers nicht nach der Formel $E = \frac{1}{2} mv^2$, sondern nach der Formel $E = mv^2$ und die Hälfte des Werthes entfällt auf den fallenden Körper, die andere Hälfte auf die Erde. Ebenso liegen die Verhältnisse auch in jedem anderen Falle, denn einseitige Kräfte lassen sich allein nicht erzeugen, immer resultirt eine gleichwerthige Gegenkraft.

Ist die Kraft bezw. die Beschleunigung, welche bei einer Arbeitsleistung in Erscheinung tritt, nicht mehr — wie bei den bisherigen Betrachtungen — constant, sondern veränderlich, so muss man den zurückgelegten Weg l in so kleine Theile $\triangle l$ zerlegen, dass die Kraft während der Zurücklegung jener Theilstrecken als constant angesehen werden kann. Für jede derselben hat man dann das Product $f \triangle l$ zu bilden und schliesslich die sämmtlichen Producte zu summiren. Genau genommen ist ja auch beim freien Fall der Körper die Kraft f nicht constant, — sie ändert sich mit dem Abstand vom Mittelpunkt der Erde —, aber diese Aenderung ist eben bei den Fällen, die man für gewöhnlich ins Auge fasst, so gering, dass sie gänzlich vernachlässigt werden kann.

Erstreckt sich die Veränderlichkeit der Kraft bezw. Beschleunigung noch auf die Richtung, so hat man natürlich auch diesen Umstand bei der Berechnung der Arbeit in analoger Weise zu berücksichtigen.

2. Nach diesen Ausführungen wird also Arbeit bei der Bewegung eines Körpers nur dann geleistet, wenn die Bewegung in irgend einer Weise eine Beschleunigung aufweist; niemals dagegen, wenn die Bewegung gleichförmig und geradlinig ist. Das ist indessen nur so lange richtig, als wir einen Körper für sich allein, ohne jeglichen Zusammenhang mit anderen Körpern betrachten. Ein solcher Fall liegt aber in der Wirklichkeit nicht vor. Hier auf der Erde befindet sich jeder Körper in Berührung mit anderen Körpern. Bei jeder Berührung zweier Körper findet aber ganz allgemein eine Kraftäusserung statt; jede Bewegung, auch die gleichförmige geradlinige, muss also aus diesem Grunde auf einen Widerstand, eine Gegenkraft

oder Reibung stossen, und das war ja auch der Grund, wesshalb die volle Klarstellung der Bewegungsgesetze erst durch ein Studium der Verhältnisse bei den Himmelskörpern möglich wurde.

Entsprechend dieser Sachlage wird also nicht bloss Arbeit geleistet bei beschleunigter Bewegung, sondern ebenso auch bei der gleichförmigen und geradlinigen Bewegung, d. i. bei jeglicher Bewegung. Die in der letzteren Weise geleistete Arbeit besteht dann in der Ueberwindung einer Gegenkraft, und sie macht sich äusserlich durch das Auftreten von Wärme bemerkbar. Erblickt man nun das Wesen der Wärme in der Bewegung der Moleküle und Atome, so tritt also auch hier eine Beschleunigung in Erscheinung, nur erstreckt sie sich nicht auf einen Körper als Ganzes, sondern auf die kleinsten Theilchen. Die in der Definition der Arbeit geforderte Beschleunigung von Massen existirt demnach auch in diesen Fällen; sie ist nur wegen der geringen Grösse der sich bewegenden Theile nicht sichtbar. Man kann hier desshalb passend kurz von einer Wärmearbeit sprechen.

An Stelle von Wärme können aber unter besonderen Verhältnissen auch electrische oder chemische Erscheinungen auftreten; man redet dann wohl von einer electrischen oder chemischen Arbeit. Eine Beschleunigung von Massen macht sich auch in diesen Fällen äusserlich zumeist nicht bemerkbar; ob sie nicht dennoch vorauszusetzen ist, hängt natürlich von den Vorstellungen ab, die man sich von diesen Vorgängen macht.

Ebenso wie ein Körper hier auf der Erde sich stets in Berührung mit anderen Körpern befindet, so steht er auch vermöge der sogenannten Fernkräfte mit anderen Körpern in Beziehung. Es wird also noch aus einem zweiten Grunde bei jeder Bewegung Arbeit geleistet, und man kann diese Art — um den Gegensatz zu der bisher erörterten Art zu kennzeichnen — wohl am Besten als Fern- oder Distanzarbeit bezeichnen; denn sobald der Abstand irgend zweier Körper sich ändert, wird Arbeit

geleistet oder gewonnen. Nun sind aber im Weltall ja unzählige Körper vorhanden, und dementsprechend muss sich die exacte Berechnung dieser Arbeitsgrösse äusserst complicirt gestalten. Indessen, wenn wir die Fernkräfte der übrigen Weltkörper mit der Schwerkraft unserer Erde in Vergleich stellen, so ergiebt sich ohne Weiteres, dass für alle Vorgänge hier an der Erdoberfläche der Einfluss der ersteren in der Praxis vernachlässigt werden kann, und zwar umsomehr, als sie sich zum Theil gegenseitig aufheben. Die Gravitationswirkung der Sonne beträgt z. B. nur $^1/_{1660}$ von derjenigen der Erde, und demnach wird für irdische Verhältnisse im Allgemeinen nur Distanzarbeit geleistet, wenn für einen Körper die Entfernung vom Mittelpunkt der Erde sich ändert. Ausnahmen würden natürlich dann vorliegen, wenn starke electrische oder magnetische Fernwirkungen in Betracht kommen; im natürlichen Verlaufe der Dinge aber machen sich solche nur selten bemerkar.

Bei den bisher betrachteten Arten von Arbeit wurde, wenn auch nicht mehr eine Beschleunigung, so doch immer noch die sichtbare Bewegung eines Körpers gefordert. Es kann aber auch Arbeit geleistet werden, wenn sich ein Körper scheinbar in Ruhe befindet, und dieser Fall tritt ein, wenn die vorhandene Kraft bezw. Beschleunigung durch eine Gegenkraft völlig aufgehoben wird, z. B., wenn Jemand ein Gewichtstück eine Zeit lang hoch hält, oder wenn eine Lokomotive einen Zug, der sonst einen Berg hinabgleiten würde, im Stehen erhält. Man könnte solche Arbeit im Gegensatz zu den beiden bisherigen Arten, bei denen die Bewegung eines Körpers gefordert wird, auch wohl als Ruhearbeit bezeichnen, noch besser dürfte sie sich als Spannungsarbeit characterisiren lassen, denn in dem die Ruhelage bewirkenden Körper, d. i. dem Arm, der Lokomotive, muss eine für gewöhnlich nicht bestehende Spannung erzeugt werden. Was die Bestimmung der in solchen Fällen geleisteten Arbeitsgrösse betrifft, so ergiebt sie sich leicht, wenn man bedenkt, dass

als zurückgelegte Strecke diejenige zu gelten hat, deren Zurücklegung durch die Arbeit verhindert wird. Dass hier wirklich Arbeit geleistet wird, tritt besonders auch noch dadurch hervor, dass Wärme erzeugt wird. Der Muskel, die Lokomotive müssen nothwendig Wärme produciren, wenn anders das Gleichgewicht, die Ruhe erhalten werden soll. Erblickt man also das Wesen der Wärme in einer Bewegung der kleinsten Theilchen, so existirt in jenen Fällen gleichfalls eine wirkliche Beschleunigung von Massen, wie es die ursprüngliche Definition der Arbeit verlangt.

Etwas eigenartig werden aber die Verhältnisse, wenn wir in den soeben betrachteten Fällen das Sinken des Gewichts durch Unterstellen einer festen Säule bezw. das Herabgleiten des Eisenbahnzuges durch Anbringen eines Prellbocks verhindern. Die Wirkung ist genau dieselbe, als wenn Muskel und Lokomotive arbeiten; nach den üblichen Anschauungen der elementaren Physik wird aber von der Säule und dem Prellbock keine Arbeit geleistet. Für jeden unbefangenen Kopf liegt in diesen Auffassungen wohl ein Widerspruch, und sucht man nach seiner Wurzel, so findet man, dass er in letzter Instanz zurückzuführen ist, auf die in der heutigen Physik noch übliche doppelte Bedeutung des Kraftbegriffs. Lässt man nur den formalen Kraftbegriff gelten, so gelangt man zur Ansicht, dass dass von der tragenden Säule und dem Prellbock Arbeit geleistet wird. Operirt man dagegen auch mit dem metaphysischen Kraftbegriff, so wird eine solche Annahme nicht nothwendig bezw. überflüssig. Es zeigt sich hier also recht deutlich, dass gewisse Aenderungen in den Grundanschauungen der Physik nothwendig werden, wenn man allein mit dem rein formalen und widerspruchsfreien Kraftbegriff auskommen will, d. h. nur drei Urgrössenarten als a priori gegeben hinstellt. Diese eventuell nothwendig werdenden Veränderungen treffen indessen nur die gebräuchlichen elementaren Vorstellungen oder mit anderen Worten, es handelt sich nur um den subjectiven Denk-

inhalt der Grössen; die streng mathematische Physik, welche sich mit den abstracten Gesetzen und Grössen begnügt, bleibt so gut wie gänzlich unberührt davon. Wie wenig die Elimination des metaphysischen Kraftbegriffs das Aussehen dieser Disciplin verändert, zeigt wohl am besten das Kirchhoff'sche Werk über Mechanik. Abgesehen von den wenigen Zeilen, in denen die Begriffe Kraft und Masse eingeführt werden, tritt ein principieller Gegensatz zu anderen Werken durchaus nirgends hervor.

Was nun diejenigen Veränderungen in den Grundanschauungen der elementaren Physik betrifft, welche sonach eventuell erforderlich werden, so gipfeln sie wohl in der Annahme, dass in jeder Sekunde eine ungeheuere Spannungsarbeit im Weltall geleistet wird. Es wird also nöthig, dem objectiven Raum bezw. dem Aether eine enorm grosse Menge von Energie zu vindiciren, und die Spannung, welche ihm infolgedessen beizumessen ist, muss diejenige, welche wir bei der wägbaren Materie, z. B. dem festesten Gussstahl, kennen, weit überschreiten. Von dieser ungeheueren Spannung und Energie kann man sich natürlich einzig in der Weise eine Vorstellung machen, dass man verborgene Bewegungen des Aethers bezw. verborgener Massen annimmt.

Macht man diese Annahmen nicht, dann lässt sich eben die Starrheit und Cohäsion der Körper anschaulich nicht auf die Grössenarten Zeit, Raum und Masse zurückführen und der metaphysische selbstständige Kraftbegriff bleibt unentbehrlich. In der gleichen Weise liegen die Verhältnisse auch hinsichtlich der Gravitation.[1])

Vom philosophischen Standpunkte dürfte es sich freilich im Wesentlichen gleichbleiben, ob man zur Beschreibung der Naturvorgänge verborgene Bewegungen und Massen oder metaphysische Kräfte benutzt, denn in der Erkenntniss kann das eine Vorgehen schliesslich nicht weiter führen als das andere.

---

[1]) vgl. p. 102 u. 103.

Was dagegen die Beschreibung selbst anbetrifft, so kann sie wohl nur gewinnen, wenn die Anzahl der Urgrössenarten verringert und aller Doppelsinn und Widerspruch der Begriffe beseitigt wird.

Stellt man das Gesetz von der Erhaltung der Energie — wie es gewöhnlich geschieht — als eine Thatsache der Erfahrung hin und leugnet man die reale Existenz der Kräfte bezw. der Energie oder, mit anderen Worten, eliminirt man den metaphysischen Kraftbegriff, dann bleibt für die Wissenschaft wohl kaum ein anderer Weg als der soeben characterisirte. Alle Energie wird dann dargestellt durch die Bewegung von Massen, und zwar einerseits durch die erkennbaren Bewegungen der wägbaren Materie, andererseits durch die verborgenen Bewegungen des Aethers bezw. des Raumes. In Uebereinstimmung hiermit zerfällt dann auch die Energie schlechthin in zwei Theile, nämlich die kinetische Energie, welche allein durch die Geschwindigkeit der ponderablen Materie bedingt wird, und die potentielle Energie, welche — da eine directe Beobachtung und Messung der Manifestationen des Aethers nicht möglich ist — allein durch die gegenseitige Lage der ponderablen Massen gegeben wird. Die erstere Art ist ihrer Grösse nach allgemein bestimmt durch den Ausdruck $^1/_2\ mv^2$; für die letztere Art lässt sich dagegen eine solche allgemein gültige Form nicht aufstellen.

Von diesem Standpunkt aus sind dann alle Veränderungen im Weltall nothwendig durch einen Uebergang von Energie von einem Massentheil auf einen anderen zu characterisiren. Dementsprechend kann es auch nur drei Arten von Energieübergängen oder Arbeit geben. Bei der ersten Art findet der Uebergang statt zwischen verschiedenen Theilen der wägbaren Materie, und diese Art haben wir oben als Contact oder Berührungsarbeit bezeichnet.

Bei der zweiten Art handelt es sich um eine Uebertragung der Bewegung zwischen verschiedenen Theilen des Aethers. Ein solcher Vorgang würde aber verborgen bleiben, wenn nicht gleichzeitig auch eine Ein-

wirkung, eine Uebertragung von Energie auf wägbare Materie stattfände. Denn nur die Bewegungen der ponderablen Materie sind der Beobachtung zugänglich. Von dieser Art dürften im Wesentlichen die Erscheinungen der strahlenden Energie, sowie gewisse electrische und magnetische Vorgänge sein.

Bei der dritten Art von Arbeit kommt schliesslich der Uebergang von Energie von der wägbaren Masse auf den Aether und umgekehrt in Betracht. Zu dieser Art würde also in Sonderheit diejenige Arbeit zu rechnen sein, welche wir oben als Distanzarbeit bezeichnet haben. Ebenso muss auch die sogenannte Spannungsarbeit hierher gerechnet werden, denn in diesen Fällen handelt es sich ja um ein Gleichgewicht bezw. um einen Austausch gleicher Energiemengen zwischen der wägbaren Materie und dem Aether.

Bei allen diesen Uebergängen von Energie und Bewegung ist das, was als constant zu gelten hat, das Product mv^2; freilich, soweit die Bewegung des Aethers hierbei in Betracht kommt, können wir diese Grösse direct niemals messen. Die Messung der Energie, wie die Beobachtung schlechthin beschränkt sich immer auf die Bewegungen bezw. Veränderungen der wägbaren Materie. Insofern aber diese verborgenen Bewegungen des Aethers (Energie) sich wieder in sichtbare Bewegung der wägbaren Materie umsetzen lassen, existirt wenigstens für die hypothetischen Annahmen eine gewisse Controle. Die obigen deductiv unterschiedenen drei Arten von Energieübergängen haben indessen wohl nur rein theoretisches Interesse; bei jedem natürlichen Vorgang dürften stets alle drei Arten in Betracht kommen. Freilich wird in manchen Fällen die eine Art so vorherrschen, dass der Antheil der übrigen mehr oder weniger vernachlässigt werden kann.

Gebräuchlich ist desshalb auch eine ganz andere Eintheilung, und maassgebend für sie ist die Art der Messung. Wir unterscheiden gewöhnlich: mechanische Energie, Wärme, chemische Energie, electrische und magnetische Energie

und strahlende Energie. Diese Eintheilung entspricht gleichzeitig der historischen Entwickelung der Energielehre.

3. Bei der vergleichenden Messung der verschiedenen Energien stellte sich eben heraus, dass alle einander äquivalent sind und sich in einander umwandeln lassen, und dass die gegenseitige Umwandlung allgemein von denselben Gesetzen beherrscht wird, nämlich den sogenannten beiden Hauptsätzen der Thermodynamik bezw. Energetik.

Bleibt man nun bei den Umwandlungen der Energiearten bei der blossen Aequivalenz stehen, d. h. betrachtet man die verschiedenen Formen nicht als wesensgleich, so gelangt man zu dem selbstständigen Energiebegriff, und zwar genau genommen zu ebenso viel selbstständigen Energiegrössen, als man Arten der Energie unterscheidet. Das ist denn auch in der That der Standpunkt R. Mayer's, des ersten Entdeckers des Gesetzes von der Erhaltung der Energie. Seine Auffassung erweist sich eben als eine Weiterentwickelung des metaphysischen selbstständigen Kraftbegriffs. Wie man vordem eine ganze Reihe von selbstständigen realen Kräften unterschieden hatte, so werden nunmehr ebenso viele selbstständige Energiearten angenommen.

Bei einer solchen Auffassung des Energiebegriffs entstehen aber für eine consequente Naturbeschreibung natürlich ähnliche Schwierigkeiten, wie sie beim Gebrauch des selbstständigen Kraftbegriffs neben dem formalen eintreten. Die verschiedenen Formen der Energie können sich ja alle in Bewegung von Massen oder kinetische Energie umsetzen; dass aber eine reale selbstständige Grösse in eine andere übergeht, ist unbegreiflich und widerstrebt dem Wesen der exacten Forschung. Diese ist vielmehr bemüht, solche Grössen aufzufinden und auszusondern, welche allen Dingen und Vorgängen ohne Ausnahme zuzuschreiben sind.

Beseitigen lassen sich diese Schwierigkeiten aber wohl nur in der Weise, dass man entweder die verschiedenen

Energiearten für wesensgleich erachtet und sodann den selbstständigen Energiebegriff an Stelle der Masse als dritte Urgrössenart betrachtet — oder dem Energiebegriff jede selbstständige Bedeutung abspricht und alle Energieformen als Bewegungserscheinungen ansieht.

Zu der letzteren Auffassung hat sich Hertz in seinen Principien der Mechanik bekannt.

Für die Wahl der Energie als dritte Urgrössenart lassen sich indessen auch mancherlei wichtige Gründe anführen. Zunächst ist ja die Grössenart der Energie in gleicher Weise wie die der Masse durch Constanz und Unzerstörbarkeit ausgezeichnet, und insofern also die unbegrenzte Fortdauer das oberste Kennzeichen des Seienden bezw. objectiv Existirenden ausmacht, sind beide Grössenarten gleichberechtigt.

Sodann kommt hier in Betracht, dass der Begriff der Energie uns ebenso wie der Begriff der Kraft gleichsam durch einen besonderen Sinn unmittelbar geliefert wird. Wenn der menschliche Körper Arbeit leistet oder erleidet, so sind wir auf Grund innerer Anschauung befähigt, die Grösse derselben zu schätzen und zu bestimmen. In dieser Hinsicht steht also die Grössenart der Energie unserem Erkenntnissvermögen wohl näher als diejenige der Masse, denn die letztere kann sich nie ohne eine Kraft- und Energieäusserung bemerkbar machen. Andererseits haften der Grössenart der Energie aber auch mancherlei Eigenschaften an, welche der Stellung als Urgrössenart wenig entsprechen. Vor allem ist hier wohl der Umstand hinderlich, dass die Messung der Energie im Vergleich zur Masse mit grossen Schwierigkeiten verknüpft ist, und sich überdies bei Weitem nicht mit der gleichen Genauigkeit durchführen lässt. Die Masseneinheit — das Kilo — lässt sich bequem aufheben und wird durch die Maassvergleichungen in keiner Weise verändert. Die Einheit der Energie — das Erg — lässt sich dagegen in dieser einfachen sicheren Weise nicht festlegen, und in Wirklichkeit müssten dabei doch schon immer Massenbestimmungen vorangehen. Hin-

sichtlich der Wahl des Maasssystems kann dementsprechend auch sowohl für die Wissenschaft als für die Praxis kein Zweifel aufkommen. Handeln könnte es sich immer nur darum, ob nicht die allgemeine Beschreibung der Zustände und Vorgänge in der Natur durch Einführung der Energie als dritte Urgrössenart an Einfachheit und Klarheit gewinnen könnte [1]).

Nun, für die strengste exacte Forschung, die sich allein auf die mathematische Darstellung beschränkt und mit der Kenntniss der abstracten Naturgesetze zufrieden ist, dürfte es sich im Wesentlichen gleich bleiben, welcher von den in Frage gekommenen Begriffen zur dritten Urgrössenart gewählt wird.

Die Beziehungen zwischen den Begriffen Masse, Kraft und Energie sind, rein mathematisch aufgefasst, eben so einfacher Natur, dass die Schwierigkeiten der Darstellung schliesslich in keinem Falle wesentlich grösser sein dürften, als in dem andern. Am besten aus- und durchgearbeitet sind die Ergebnisse der Forschung freilich von jenem Standpunkte aus, dem die Masse bezw. Masse und Kraft als Urgrössenarten gelten; dementsprechend ist es natürlich, dass dieser Weg als der gangbarste erscheint und zumeist auch befolgt wird. Indessen ist damit noch nicht entschieden, ob sich nicht durch Benutzung des Energiebegriffes eine gleich brauchbare Darstellung schaffen lässt.

Zur Zeit dürfte sich der letztere Weg auch noch besonders desshalb empfehlen, weil man in Befolgung der Ausdrucksweise der Energielehre den Aether selbst und seine Natur bei vielen Erörterungen ausser Acht lassen kann. Man vermeidet es also, unnöthig von Dingen zu reden, die noch gänzlich hypothetischer Natur sind und durch die fraglichen Verhältnisse nicht näher bestimmt werden. Für die sogenannte Physik des Aethers spielt überdies die

[1]) Was die Polemik über diese Frage zwischen W. Ostwald und G. Helm einerseits und L. Boltzmann und M. Planck andererseits anbetrifft, so sei hier auf die nachfolgende Litteratur verwiesen: Wied. Ann. 57, p. 39, 72 u. 646; Bd. 58, p. 154 u. 595.

Grössenart der Energie auch wirklich vielfach die gleiche Rolle wie die Masse in der Physik der ponderablen Materie.

Der Begriff der Bewegung enthält, abgesehen von den zeitlichen und örtlichen Veränderungen, rein abstract genommen, immer nur die Grössenart des Bewegten, und soweit die Physik der ponderablen Materie in Betracht kommt, wird dies Bewegte ja zumeist augenscheinlich durch die Masse dargestellt.

Auf dem Gebiete der Physik des Aethers erscheint dagegen das Bewegte vorwiegend unter der Form als Energie; die Vorstellungen von einer Diffusion, einem Strömen, Fliessen und Strahlen der Energie haben sich hier sehr fruchtbar erwiesen. Indessen auch innerhalb der ponderablen Materie kann eine Bewegung der Energie sehr wohl auftreten, ohne dass damit eine translatorische Bewegung von Massen verknüpft ist und die Ausbreitung des Schalles liefert hierfür ein bekanntes Beispiel. Die Differentialgleichungen der Fortpflanzung einer electro-magnetischen Störung im Aether aber sind von derselben Form, wie diejenigen, welche die Fortpflanzung einer Erschütterung in einem elastischen ponderablen Medium bestimmen. Sollte sich also die Nothwendigkeit herausstellen, dem Aether die translatorische Bewegung [1]) abzusprechen, so würde damit hinsichtlich der Wahl der Urgrössenarten auch noch keine Entscheidung herbeigeführt werden.

Vom Standpunkt der früher [2]) erwähnten kinetischen Theorie der Materie ist ja die Grössenart der Masse auch nicht direct mit dem objectiv Existirenden zu identificiren, sondern als eine Grössenart anzusehen, welche erst vermöge der Wirbelbewegungen, d. i. der Individualisation zu Atomen, zu Stande kommt und dementsprechend einen Factor enthält, welcher dem Aether, als der nicht individualisirten Materie, nicht zu eigen sein kann.

Beiden Arten der Materie ist freilich gemeinsam die Grössenart der Energie, aber die Energie des Aethers

[1]) s. W. Wien, Beilage zu Wied. Ann. Bd. 65, Heft 7.
[2]) Kap. V p. 74.

kann immer nur an der ponderablen Materie bezw. mit Hülfe der Grössenart der Masse erkannt und gemessen werden, und demgemäss scheint es auch wohl verständlich, wenn sich die electrischen und magnetischen Grössen nicht in eindeutiger Weise [1]) durch die Einheiten der Länge, Zeit und Masse darstellen lassen. Eine Aufklärung wäre hier wohl allein von einer Zerlegung der Elemente bezw. der Atome zu erwarten; dazu ist aber bisher keinerlei Aussicht vorhanden.

Bei unbefangener Würdigung aller Verhältnisse muss man demnach wohl bekennen, dass sich eine definitive Entscheidung über die Wahl der dritten Grössenart zur Zeit nicht treffen lässt. Jede der in Aufnahme gekommenen Grössen hat ihre Vorzüge und ihre Schattenseiten, welche je nach dem Gegenstand der Forschung mehr oder minder hervortreten. Will man demnach zu einer vergleichenden Werthschätzung der verschiedenen Auffassungen gelangen, so bleibt wohl nur übrig, nach der Fruchtbarkeit zu fragen. Man wird dann derjenigen Auffassung den Vorzug geben, welche am meisten zur Erweiterung unserer Erkenntniss beiträgt, und dieser Standpunkt dürfte um so mehr gerechtfertigt sein, als man in der Erkenntniss selbst schliesslich auf keinem Wege weitergeführt wird als auf dem andern.

Was als Urgrössenart hingestellt wird, bleibt ja in letzter Instanz etwas Unbekanntes, denn alle Erkenntniss basirt auf Unterscheidung, Vergleichung und Messung; was nicht weiter zerlegt, begrenzt und zurückgeführt werden kann, d. i. das absolut Einfache — und als solches gelten die Urgrössenarten —, ist der exacten Forschung nicht weiter zugänglich.

[1]) vgl. K. Schreber, Wied. Ann. Bd. 68, 607 (1899).

VIII. Kapitel.

Allgemeine Schlussbemerkungen.

Sucht man in der Entwickelung der modernen exacten Forschung nach den characteristischen Zügen, welche für eine Vereinheitlichung der Wissenschaft von Bedeutung sind, so hat man seine Aufmerksamkeit besonders nach zwei Richtungen zu lenken.

In erster Linie kommen in Betracht die Erörterungen über das Causalitätsprincip. Die Erkenntniss, dass sein Inhalt für die exacte Naturforschung mit der Gesetzlichkeit und Nothwendigkeit aller Naturvorgänge erschöpft ist, kommt immer mehr zu allgemeiner Anerkennung, und dementsprechend muss sich auch weiter die Ansicht Bahn brechen, dass das objectiv Existirende selbst als das Unerkennbare zu gelten hat.

In zweiter Linie dürften dann für eine Vereinheitlichung der Wissenschaft diejenigen Bestrebungen von Wichtigkeit sein, welche auf eine Ausmerzung der sogenannten Ding- oder Substanzbegriffe abzielen. In verschiedenen Specialgebieten sind dieselben freilich zur Zeit noch nicht gut zu entbehren, aber schliesslich läuft ihre Benutzung doch immer mehr oder weniger auf eine Parzellirung des objectiv Existirenden hinaus, und insofern das letztere als das Unerkennbare aufgefasst wird, muss ein solches Vorgehen wohl immer gewisse Inconsequenzen nach sich ziehen. Eine Nothwendigkeit, die üblichen Dingbegriffe wie Masse, Energie etc. beizubehalten, liegt überdies nicht vor; es genügt, dieselben als Grössen aufzufassen, welche wir an

dem objectiv Existirenden unterscheiden und denen eine objective Bedeutung sehr wohl zukommt, die aber keine selbsständige gesonderten Existenzen darstellen.

Diesem Standpunkt entsprechend ist eine Grösse, ein Begriff der exacten Naturforschung, zunächst allein durch die Art und die Methode seiner Messung bestimmt und durchaus nicht mit dem Gegenstand, an dem die Messung erfolgte, direct zu identificiren. Mit derartigen, vermöge ihrer Herkunft eindeutigen Begriffen sind dann die Zustände und Vorgänge in der Natur möglichst einfach und vollkommen zu beschreiben, und dieses Ziel lässt sich nach den Erörterungen des Kapitels II[1]) immer nur in der Weise erreichen, dass man sogenannte Urgrössenarten ausfindig macht, welche dann bei allen Veränderungen in der Natur einzig und allein in Betracht kommen. Im Uebrigen aber bleibt die Auswahl sowie die Anzahl dieser Grössenarten zunächst willkürlich. Eine Beschränkung tritt hier erst dadurch ein, dass man von der Beschreibung neben der Widerspruchsfreiheit fordert: einerseits Exactheit, andererseits Einfachheit.

Unter der Exactheit ist hier zu verstehen, dass die ausgesonderten Grössen in Bezug auf Genauigkeit der Messbarkeit keinerlei bestimmten Schranken unterliegen. Denn nur, wenn sich diese Genauigkeit mit der Fortentwickelung der Wissenschaft unbegrenzt steigern lässt, kann sich die Eindeutigkeit der Begriffe, und damit die Widerspruchsfreiheit, aufrecht erhalten.

Unter der Einfachheit muss dagegen wohl in erster Linie verstanden werden, dass die Beschreibung leicht verständlich erscheint, d. i. sich unserem subjectiven Geiste, unserem Erkenntnissvermögen möglichst anpasst. Der Denkinhalt der durch die Messungsmethoden festgelegten Grössen ist ja zunächst im Wesentlichen rein abstracter Natur, und wenn wir uns die Bedeutung derselben zum Bewusstsein bringen oder möglichst klar machen wollen,

---

[1]) s. p. 22.

dann sind wir eben auf die Data der subjectiven Sinnen- und Vorstellungswelt angewiesen und beschränkt. Dementsprechend ist es dann angezeigt, möglichst solche Urgrössenarten auszusondern, welche in dieser Hinsicht die geringsten Schwierigkeiten bieten.

Allgemeiner gesprochen lassen sich also hiernach die obwaltenden Verhältnisse auch etwa in der folgenden Weise characterisiren: durch die objectiven Veränderungen der Dinge werden gewisse subjective Veränderungen her vorgerufen, welche als unsere Vorstellungen und Empfindungen zum Bewusstsein gelangen. Aber nicht in jedem Stadium dieser einander sozusagen parallel verlaufenden Processe ist eine merkliche gegenseitige Beeinflussung bezw. ein directer Zusammenhang gegeben. Es handelt sich also darum, unsere Vorstellungen und Bewusstseinszustände in Anlehnung an die gemessenen Grössen derart zu Bildern und Symbolen umzuformen und von rein subjectiven Zuthaten zu befreien, dass die daraus auf Grund der immanenten Denkgesetze sich herleitenden neuen Bilder in Uebereinstimmung bleiben mit den Veränderungen der objectiven Welt oder mit anderen Worten, dass man hiernach befähigt wird, die Entwickelung der Dinge vorauszusehen. Und von diesem Standpunkt aus lässt sich dann als Aufgabe und Ziel der Forschung auch eine Voraussicht in die Zukunft hinstellen; denn in dem Maasse, als es gelingt, die Zustände und Vorgänge in der Natur vollständiger und exacter zu beschreiben, wird man auch künftige Ereignisse mit grösserer Sicherheit voraussehen können.

Eine Grenze lässt sich in dieser Hinsicht natürlich nicht gut festlegen, aber selbst, wenn sie möglichst weit gesteckt wird, gelangt man damit aus dem formalen Bannkreise nicht heraus. Die fundamentalen, nicht weiter zurückführbaren Urgrössenarten haben ebenso wie das objectiv Existirende schliesslich nach dem Wesen der Forschung als etwas Unerkennbares zu gelten, und alles exacte Erklären und Beschreiben lässt sich demgemäss

auch wohl characterisiren als eine Zurückführung unseres Nicht-Wissens auf möglichst wenige bestimmte Stellen.

Sollte also einmal eine künftige Wissenschaft über die Anzahl und Wahl[1]) der Urgrössenarten andere Festsetzungen treffen, als wir sie heute für möglich halten, so würde damit an dem Wesen der exacten Forschung nur wenig geändert sein. So lange man freilich mit Dingbegriffen operirt und das objectiv Existirende zu erkennen glaubt oder hofft, werden auch die Bemühungen nach einer dogmatischen Festlegung bestimmter Begriffe und Sätze wohl nie ganz verschwinden. Aber eine derartige Erstarrung ist der Wissenschaft auf die Dauer nie förderlich gewesen und immer durch nachfolgende heftige Kämpfe beseitigt worden. Ueberdies widerspricht sie auch dem Wesen der Induction, welche den Weg der exacten Forschung characterisirt. Hiernach ist ja der Denkinhalt der sämmtlichen Grössen und Gesetze — und beide bedingen sich ja gegenseitig — in einer, wenn auch zum Theil sehr langsamen Umwandlung und Entwickelung begriffen. Von einem Abschluss derselben könnte aber höchstens erst dann die Rede sein, wenn eine vollkommen exacte und widerspruchsfreie Beschreibung der Naturzustände und Vorgänge vorläge. Von einem solchen Zustande der Wissenschaft sind wir aber bekanntlich noch sehr weit entfernt.

---

[1]) Die bisherigen Versuche, mit den zwei Urgrössenarten Zeit und Raum auszukommen (s. W. Thomson, Populäre Vorträge u. Reden, Bd. I, p. 80; O. Lehmann, Zeitschrift f. phys. Unterricht Bd. 10, p. 77), müssen als gescheitert angesehen werden, da hierbei immer, ebenso wie bei dem Gauss'schen Gravitation-system, eine dritte nicht zurückführbare Urgrössenart, wenn auch in versteckter Weise, bestehen bleibt. L. Kronecker hat freilich sogar die Hoffnung ausgesprochen, „dass es dereinst gelingen wird, die Geometrie und Mechanik zu arithmetisiren, d. i. einzig allein auf den Zahlbegriff zu gründen“ (Journ. f. reine und angewandte Mathematik. Bd. **101**, p. 338.

LIBRARY OF THE UNIVERSITY OF CALIFORNIA

Buchdruckerei von Carl Salewski, Berlin C.,
Neue Friedrichstrasse 44.

YC 22494

Q175
F4
121121